

## **GEOMETRIE MIT**

# WINKELPLÄTTCHEN

Heinrich Besuden





Heinrich Besuden

### Geometrie mit Winkelplättchen

Impressum Heinrich Besuden: Geometrie mit Winkelplättchen

© 2005 KALLMEYER LERNSPIELE Friedrich Verlag GmbH Im Brande 17 30926 Seelze Alle Rechte vorbehalten.

Fotos: Claudia Below Realisation: Nicole Neumann Druck: LUDO FACT GmbH, Jettingen Printed in Germany

Bestell-Nr. 13304

www.kallmeyer-lernspiele.de

#### Inhalt

	Stufe 1	Stufe 2
Legen, Auslegen, Nachlegen	1- 6	7–12
Achsensymmetrie	13 – 17	18-22
Drehsymmetrie	23 – 29	30-36
Bandornamente	37– 40	41-43
Parkette	44 – 47	48-50
Größen	51 – 58	59-64

#### Vorbemerkung

Liebe Lehrkräfte oder Eltern,

lassen Sie sich nicht vorweg zu ausführlich und ermüdend informieren, ohne mit den Winkelplättchen selbst spielerisch umgegangen zu sein. Beginnen Sie genau wie die Kinder zunächst damit, sich durch erfinderisches Legen auf dem Tisch mit den Plättchen vertraut zu machen. Sie kommen von selbst darauf, dass man das Material lückenlos zu schönen Mustern zusammenfügen kann. Erfinden Sie Bandornamente oder Parkette. Sie können auch die Figuren von der Titelseite nachlegen. Das wird Ihnen Spaß machen.

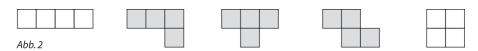
Aber das soll Geometrie sein? - Sie werden sehen!

#### **Das Material**

Die Winkelplättchen werden nach ihrer Form auch als L- bzw. T- bzw. Z-Plättchen unterschieden. Diese drei Formen gibt es in den drei Farben Rot, Gelb und Blau. Von jedem Plättchen gibt es drei Stück: also enthält der Materialsatz insgesamt  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$  Plättchen.



Man kann sich jedes Plättchen aus vier gleich großen Quadraten zusammengesetzt denken. Insgesamt gibt es fünf Möglichkeiten, vier gleiche Quadrate zu Vierlingen aneinander zu fügen. Von diesen "Tetrominos" bilden die drei mit einspringenden Ecken die Winkelplättchen.



#### Für welche Altersgruppe sind die Aufgaben gedacht?

Die Aufgaben sind in sechs Themen gegliedert. Jedes Thema ist nach Schwierigkeitsstufen zweigeteilt. Die einfacheren Aufgaben zum Legen und zur Achsensymmetrie können bereits ab dem ersten Schuljahr eingesetzt werden. Die anderen Themen sind eher für Kinder des dritten und vierten Schuljahres gedacht. Tatsächlich ist das keine starre Zuordnung. Wir haben schon Kinder im Vorschulalter erlebt, die Aufgaben mit Freude und erstaunlichem Geschick "erspielt" und gelöst haben. Probieren Sie es aus!

Auf jeden Fall sollte man auch mit älteren Kindern im ersten Durchgang immer nur die erste Hälfte jedes Themas behandeln und dann im zweiten Durchgang die Aufgaben der zweiten Hälfte. Selbst das sollte mit vielen Unterbrechungen vorgenommen werden. Die Kinder also nicht zu lange und in einem Stück mit den Winkelplättchen beschäftigen! Welche Karteikarten für den ersten Durchgang vorgesehen sind, können Sie dem Inhaltsverzeichnis (S. 5) entnehmen. Gleiches gilt für die Karteikarten, die für den zweiten Durchgang empfohlen werden; sie sind im Lehrerband zusätzlich durch Schrift in Fettdruck hervorgehoben.

#### Wie verwendet man die Karteikarten in der Schule?

Die Aufgaben wenden sich in der Ansprache an Einzelpersonen. Und so können die Karteikarten auch zu Hause von einzelnen Kindern benutzt werden. Sie dienen also der Differenzierung im Unterricht. Oft ist es aber zweckmäßig und für die Kommunikation förderlich, wenn sich Partner zusammentun. Ja, das Material kann auch beim Lernen in Stationen verwendet werden: Man bildet Gruppen an sechs Tischen, wo jeweils die Aufgaben eines der sechs Themen ausgelegt sind; denn die Themen bauen nicht notwendigerweise aufeinander auf. Das setzt natürlich voraus, dass auch sechs Materialsätze in der Klasse angeschafft sind.

#### Was lernen die Kinder an den Winkelplättchen?

Das Legen und Spielen mit den Winkelplättchen ist eine Ergänzung zum Geometrieunterricht in der Grundschule, der ja auf Handlungen gegründet ist. Es werden also Lernziele angestrebt, die auch in Richtlinien formuliert sind:

- Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens; spezieller, die Fähigkeit, das Passen oder Nichtpassen geometrischer Formen vorherzusehen.
- Geometrische Verlagerungen kennen lernen bzw. Einsichten darin vertiefen: Spiegelung, Drehung, Parallelverschiebung.
- Mit Symmetrien vertraut werden: Achsensymmetrie, Drehsymmetrie, Translationssymmetrie.
- Geometrische Figuren wie Rechteck und Quadrat näher kennen lernen.
- Flächeninhalt und Umfang von Figuren, insbesondere ihre Beziehung zueinander, erforschen.
- Die Schönheit der Geometrie empfinden lernen. Ein Beitrag zur ästhetischen Bildung.

#### Haben Legastheniker oder Kinder mit Rechenschwäche Probleme?

Im Gegenteil: Diese Kinder finden besonders ungehindert Zugang zur Mathematik und gewinnen Selbstvertrauen, weil sie nicht benachteiligt sind. Es kann höchstens sein, dass

einigen die Aufgaben vorgelesen oder erläutert werden müssen. Ansonsten brauchen Erwachsene bei diesem Legespiel nicht zu helfen. Allerdings haben Kinder es gern, wenn sie ihre Lösungen vorzeigen dürfen.

#### Wie sollte man die Winkelplättchen einführen?

Eine Einführung ist nicht nötig. Die Kinder können sogleich mit dem spielerischen Legen, also dem ersten Thema, beginnen. Wenn das Material zur Differenzierung angeboten wird, also für einzelne Kinder, ist ein anderer Einstieg ohnehin nicht möglich.

Wenn aber diese Legeaufgaben zum Unterrichtsinhalt für die ganze Klasse gemacht werden, könnte man die Kinder dazu anhalten, die Winkelplättchen selbst zu "erfinden". Ihnen werden vier gleich große Quadrate mit der Aufforderung ausgehändigt, alle möglichen Anordnungen als "Vierlinge" herauszufinden. Dann wäre zu klären, wann zwei Anordnungen als gleich gelten sollen (wenn sie aufeinander passen, also gegebenenfalls auch spiegelgleich sind). Verwenden die Kinder zu dem Zweck gleich große Würfel (statt Quadrate), so erhalten sie drei räumliche Anordnungen hinzu und haben die Teile des Soma-Würfels gefunden, was wünschenswert sein mag, wenn später damit gearbeitet werden soll.

#### **Dokumentation von Lösungen**

Auf einigen Karteikarten werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, Lösungen einzuzeichnen. Das betrifft die Karten 7–10,17, 20, 25, 29, 35, 36, 41–43, 45, 47 und 48. Diese sollten den Schülerinnen und Schülern nur als Kopie ausgehändigt werden (sie sind mit "Kopiervorlage" gekennzeichnet), um zu vermeiden, dass dort nach einmaliger Verwendung bereits die zeichnerischen Lösungen vorhanden sind.

Manchmal ist es auch möglich, von den Kindern eine "Kopie" in ihr Heft zeichnen zu lassen. Dazu können die Winkelplättchen von den Kindern als Schablonen verwendet werden. Älteren Kindern gelingt es auch, die Figuren in kleinerem Maßstab (1:3) auf Rechenkästchen zu übertragen.

Da die Winkelplättchen leicht transparent sind, können alle Aufgaben auch auf dem Tageslichtprojektor vorgeführt werden.

#### Zu den einzelnen Themen

Legen, Auslegen, Nachlegen

"Auslegen von Umrissfiguren" wird in manchen Richtlinien für den Mathematikunterricht an Grundschulen als Lernziel formuliert. Wir gehen hier einen Schritt weiter, indem die Kinder zunächst selbst im freien Legen Figuren bilden und Formen finden. Das entspricht dem, was im Dreidimensionalen das Zusammenbauen der eben erwähnten Teile des Soma-Würfels ist.

Die Kinder dürfen bei diesen Aufgaben des Legens lange verweilen; denn es werden damit die folgenden Themen bezüglich Symmetrie, Ornamente, Flächengröße vorbereitet.

#### Achsensymmetrie

Die Idee der Symmetrie ist heute als eine der tiefliegendsten und weitreichendsten Erkenntnisse menschlichen Denkens anzusehen. Sie beherrscht deshalb später auch den Geometrieunterricht in der Schule. So darf das Thema den Kindern hier nicht zum ersten Mal begegnen. Schon in der Vorschulzeit haben sie Klecksbilder und Faltschnitte hergestellt. Das Legen, ein gedankliches Klappen um eine vorgegebene Achse, ist eine weitere Form des Spiegelns; und die Kinder akzeptieren den Begriff, Spiegelachse", weil der Spiegel dieselbe Erscheinung liefert.

Die Aktivitäten mit den Winkelplättchen ergänzen die Erfahrungen zur Achsensymmetrie, die an weiteren Arbeitsmitteln und Tätigkeiten – vor allem Papierfalten und -schneiden – gewonnen werden.

#### Drehsymmetrie

Der Begriff "Symmetrie" wird gern mit Achsensymmetrie gleichgesetzt. Das ist eine Einengung, der schon in der Grundschule begegnet werden sollte, zumal es so viele drehsymmetrische Figuren und Körper in unserer Umwelt gibt, denen auch die Kinder begegnen: Blüten, Rosetten, Windräder, Faltsterne, Ventilatoren, Schiffsschrauben, Autoradkappen und dergl. Solche Figuren kann man also mit weniger als einer Volldrehung mit sich zur Deckung bringen. Man kann sie auch aufbauen durch sukzessives Drehen eines erzeugenden Elementes – bei uns eines Winkelplättchens. Dabei zeigt sich, dass manche drehsymmetrischen Figuren zugleich achsensymmetrisch sind.

#### Bandornamente

An Bandornamenten tritt eine dritte Art von Symmetrie auf, die Translationssymmetrie (durch Verschiebung). Denn ein Bandornament ist nach Definition ein periodisches Muster in einem Parallelstreifen. An einem solchen werden bevorzugt Spiegelungen und Drehungen vorgenommen; Untersuchungen führen auf genau sieben Typen, wenn man ausschließlich nach abbildungsgeometrischen Gesichtspunkten ordnet, also ornamentale Ausschmückungen nicht berücksichtigt. Alle sieben Typen lassen sich mit Winkelplättchen realisieren, was die Kinder aber nicht erfahren müssen. Wir beschränken uns darauf, erfindungsreiche Muster zu erzeugen sowie an vorgegebenen Bandornamenten Spiegelachsen und Drehpunkte aufzusuchen.

Die eigentliche Schwierigkeit bei der Verschiebungssymmetrie besteht darin, dass sie die Vorstellung eines nach beiden Seiten unendlich ausgedehnten Bandes voraussetzt. Man

kann Kindern mit der Anregung helfen, sie möchten sich das Band um den ganzen Globus gelegt denken, wo es dann auf den Anfang zurückführt. Das ist zwar mathematisch nicht korrekt (erst recht nicht die Vorstellung von Mustern auf Gürteln, Kleidersäumen oder Tellerrändern), vermittelt aber etwas von der Idee des Sich-Wiederholens.

#### Parkette

Desgleichen muss man sich beim Parkett die ganze Ebene mit periodischem Muster bedeckt vorstellen, also ausgedehnt nach allen Seiten; denn sonst kann es nicht zu vollständigen Deckabbildungen kommen. Realisieren können wir ein ganzes Parkett im mathematischen Sinn sowieso nicht, weder mit Winkelplättchen noch mit sonstigem Material, auch nicht durch Zeichnungen. Die Kinder können nur zu der Vorstellung angeregt werden, das Fußbodenparkett, die Täfelung, die Bedachung oder das Fliesenmuster "geht immer so weiter". Die Betrachtungen an Parketten sollten trotzdem in diesem Zusammenhang der Symmetrien nicht fehlen; denn sie bieten ein beliebtes Anwendungsgebiet für Spiegeln und Drehen. Die Kinder stellen also mit ihren Plättchen – so weit sie reichen – Parkette her oder legen sie Vorbildern entsprechend nach und untersuchen diese auf Symmetrie; d. h. sie zeichnen Spiegelachsen oder Drehpunkte ein.

#### Größen

Dass man Figuren entsprechend der Anzahl der Plättchen, die zum Bedecken benötigt werden, nach ihrer Größe vergleichen kann, ergibt sich wie selbstverständlich. Die L-,T- und Z-Plättchen sind gleich groß; sie sind ja aus vier gleichen Quadraten gebildet. Als Maßeinheit bietet sich also die Plättchengröße an oder auch die Größe eines Teilquadrates. Bei ähnlichen Figuren – Kreisen und Quadraten, hier den Plättchen und den entsprechenden Vergrößerungen – wächst mit der Flächengröße auch der Umfang und umgekehrt. Dass das aber nicht allgemein so ist, wird an Figuren gezeigt, die von Winkelplättchen erzeugt sind. Auch die konventionellen Maßeinheiten können an den Plättchen gefunden und zu Berechnungen herangezogen werden. Jedes Plättchen ist genau 9 cm² groß, sein Umfang misst 15 cm. Zum Abschluss dient ein Legespiel der Wiederholung aller Lerninhalte dieser Kapitel.