

**Norbert Christmann**

Email: [christmann@mathematik.uni-kl.de](mailto:christmann@mathematik.uni-kl.de)

## **Ergänzungen und Hinweise zu MU 1 / 2011 Mathematik und Musik**

Bereits in der Einführung zum Heft wurde betont, dass zum Aufgreifen von Anwendungen aus der Musik im Mathematikunterricht auch das Klingen der Musik gehört und dass dazu Software und Internet-Angebote genutzt werden sollten. Auf solche wird in den Beiträgen des Heftes teilweise verwiesen. Hier werden - geordnet nach den Beiträgen - diese Hinweise vom Herausgeber zusammen mit Ergänzungen gesammelt. Autoren und Herausgeber bieten dadurch zusätzliche Hilfen und Anreize für die Aufnahme des Themenfeldes *Mathematik und Musik* in den Unterricht an.

Durch Anklicken eines Themas gelangen Sie zu den entsprechenden Hinweisen, an deren Ende finden Sie jeweils einen Link zurück zu dieser Startseite.

**Letzte Kontrolle der Links: Januar 2011**

[Einführung \(N. CHRISTMANN\)](#)

[Musikalische Koordinaten \(N. CHRISTMANN\)](#)

[Mathematik gestaltet \(mit\) Musik \(N. CHRISTMANN\)](#)

[Interkulturelle Aspekte im Mathematikunterricht: Tonsysteme \(J. BLOCK\)](#)

[Mathematik hinter dem Griffbrett der Gitarre \(N. CHRISTMANN\)](#)

[Der Klang von Musikinstrumenten – erklärt mit Hilfe der Synthese von Klängen \(M. SCHREINER\)](#)

[Statistik lernen mit einem Metronom \(C. VAN DE GIESSEN\)](#)

[Links zu Kleingedrucktes \(G. KÖNIG\)](#)

## Ergänzungen zur Einführung (N. CHRISTMANN)

Sobald die Musik zum Klingen gebracht werden soll, kommen zum Paar Mathematik und Musik noch **weitere Wissenschaften** hinzu, insbesondere die **Physik** (Akustik), die **Informatik** (Musiksoftware) und die **Biologie** (Hörorgane). Zur **Einführung in die Akustik** verweisen wir auf den von MARTINA KREMER verfassten, auch Programmtools und biologische Grundlagen enthaltenden Internetkurs

[Ars Auditus](#)

der Gesamthochschule Wuppertal.

Einen Überblick in von Musikern genutzte Software-Typen bietet das im Literaturverzeichnis angegebene Werk  
[4] G. MAZZOLA: Elemente der Musikinformatik, Basel 2006. Unter

[http://www.encycloSPACE.org/MusikInformatik\\_1/index.html](http://www.encycloSPACE.org/MusikInformatik_1/index.html)

finden sich die Folien zu der diesem Buch zugrunde liegenden Vorlesung. Zur Rolle des Computers in der Musik vgl. auch die Ausarbeitung des Vortrages „*Der Computer, eine musikalische Universalmaschine*“ von B. ENDERS unter

[http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/Enders\\_Blickergaenzung.html](http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/Enders_Blickergaenzung.html) .

Alle Software-Empfehlungen zu den einzelnen Artikeln dieses Heftes sollten unter dem Vorbehalt gesehen werden, dass sich das Angebot ständig ändert, dass persönliche Tendenzen eine nicht unwesentliche Rolle spielen – wer sich in ein System eingearbeitet hat, tauscht dieses nicht ohne Not gegen ein anderes. Insbesondere sollte man auch bei den Musikern (und SchülerInnen) nachfragen, welche Software von ihnen genutzt bzw. bei ihnen verfügbar ist.

Außerdem besteht bei Software häufig die Möglichkeit, diese vor dem Kauf in einer Demo-Version zu testen.

Eine von Herrn G. WICK ausgearbeitete Unterrichtseinheit zu unserm Thema **Mathematik und Musik für die Klasse 11** findet sich unter

<http://www.kzu.ch/fach/mathe/Unterricht/mathemusik/MatheundMusik.htm> .

Weitere Hinweise zum Thema finden sich auch auf der Homepage des Heftherausgebers

<http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/>

insbesondere auch eine erste Übersicht unter

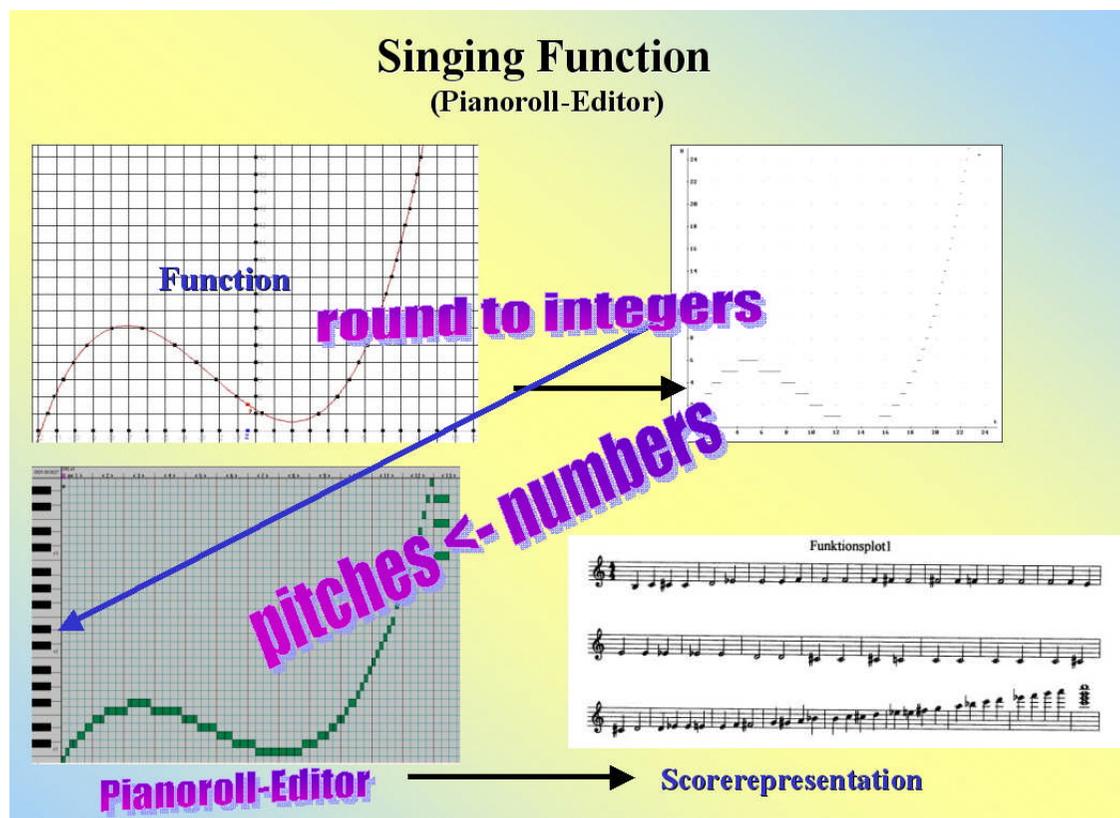
[http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/MAMUSI/0einf\\_hrungmathemusik.html](http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/MAMUSI/0einf_hrungmathemusik.html)

[Zurück zur Startseite dieser Ergänzungen und Hinweise](#)

## Ergänzungen zu Musikalische Koordinaten (N. CHRISTMANN)

Das auf S. 4 erwähnte Programm „*music painter*“ wird nicht mehr vertrieben, Nachfragen bei MAGIX mündeten in die Empfehlung, nach einer „gebrauchten“ Version im Netz zu suchen. Wie im Text des Heftes erläutert eignet sich das Programm vorwiegend zur Verdeutlichung der Idee der Komposition als Folge von Fünftupeln. Immerhin werden diese mit Hilfe der Farben zweidimensional repräsentiert. Weiter können die beim Kontrapunkt üblichen Standardtransformationen Transposition, Umkehrung, Krebs per Mausclick auf markierte Sequenzen angewandt werden.

Das Grundprinzip des Entstehens „*singender Funktionen*“ ist in nachfolgender Abbildung nochmals zusammengefasst.



Kostenlose Sequenzer-Programme findet man z. B. unter

<http://linux-multimedia-studio.softonic.de/>

(trotz des Namesbestandteiles „linux“ ein Windows-Programm) und

<http://www.anvilstudio.com/> .

## Einige Hinweise zu dem Programm AutoGam

Das MIDI-Kompositionsprogramm **AutoGam** kann von folgender Homepage zusammen mit vielen Beispielen kostenlos herunter geladen werden:

[http://autogam.free.fr/a\\_index.htm](http://autogam.free.fr/a_index.htm) .

The screenshot shows the AutoGam software interface. On the left, a 'Titre : propriétés' window displays project information: 'ramme\Autogam\Exemple\Einfach\_A', '09/09/99', 'Version : 11', 'Auteur: NC', and 'Info: Dies ist ein Beispiel für eine Titelinformation'. Below this are controls for 'Tempo 100 beat' (600), 'Zoom objet' (100), and 'Semence générateur' (0). The central 'Algo 2' window shows a flowchart with objects 'Seq1', 'Ale1', 'Del1', and 'Not1' connected by arrows. On the right, the 'Objet : entrées / sorties' window shows a table of parameters for 'GenerNote' and 'Not1'.

Entrée	Nom	Connection	Valeur	Mode
E1	Signal	Seq1 Séquence	1	Actif
E2	Canal Midi		1	
E3	Mute		1	Actif
E4	Hauteur	Ale1 Valeur	63	Fa
E5	Velocité		127	
E6	Délai		0	
E7	Durée		1200	
E8	Gamme		1	Majeur
E9	Tonique		0	Do

Sortie	Nom	Connection	Valeur	Mode
S1	Midi	Microsoft GS W/av		

Das Programm **AutoGam** stammt zwar aus dem Jahr 2001 und wird nicht mehr gepflegt, dennoch ist es heute noch interessant. Außer der französischen ist auch eine englische Version verfügbar. AutoGam erlaubt musikalische Kompositionen ohne Kenntnisse der Musiktheorie, eine Fähigkeit zum Spielen von Instrumenten ist nicht erforderlich. Es ist algorithmisch orientiert, daher werden insbesondere auch mathematische Methoden – zumindest im Hintergrund – genutzt. Zum Verständnis der einzelnen Bausteine sind folglich mathematische Kenntnisse oft nützlich, ja erforderlich. Daher eignen sich die mitgelieferten Beispiele gut zu Erkundungen im Mathematikunterricht. Ein erster Eindruck zur Arbeitsweise soll anhand des abgebildeten Beispiels vermittelt werden.

Dateien können wie üblich unter „*Titre*“ oder durch Klicken des Öffnungssymbols aufgerufen werden, ebenso die Eigenschaften (Propriétés) eines Titels, vgl. hierzu die linke Spalte des Bildes auf der vorangehenden Seite. Die erste Zeile enthält die Adresse der Datei, die zweite – falls vorhanden - den Titel (hier noch ohne Titel) des Stückes, darunter können dessen Autor und Beschreibung angegeben werden. Die **Tempoangabe** legt fest, in welchem Abstand (im Millisekunden ms, kleinster Wert 10 ms, Maximum 5000 ms) die einzelnen Schritte der Algorithmen ausgeführt werden. Nach Einstellung dieser Dauer berechnet das Programm automatisch die Zahl dieser „*Beats*“ pro Minute, die entsprechende Angabe erscheint im Titelfenster. Die Angabe „*Tempo 100 beat*“ des Beispiels bedeutet also, dass innerhalb einer Minute 100 Abarbeitungsschritte stattfinden, dazu ist eine Dauer von 600 ms ( $60\,000/100 = 600$ ) für einen Schritt einzustellen. Mittels „*Zoom objekt*“ wird die Größe der Objektdarstellungen in den Diagrammen festgelegt. Durch „*Semence générateur*“ wird der Startwert des Zufallsgenerators bestimmt, ein Haken bei „*Connection centrées*“ veranlasst, dass Verbindungspfeile von Zentrum zu Zentrum der Objekte führen.

Die Kompositionen bestehen aus **Algorithmen** (kurz **Algos**), zu deren Beschreibung werden an Flussdiagramme erinnernde Diagramme genutzt.

Als Bausteine stehen vier jeweils nochmals unterteilte Typen von Objekten zur Verfügung:

- déclencheur (engl. trigger) (Trigger, gekennzeichnet als Dreiecke mit Spitze nach oben)
- générateur (engl. Generator) (Generatoren, gekennzeichnet als Rechtecke)
- opérateur (operator) (Operatoren, gekennzeichnet als Sechsecke)
- exécuteurs (Executoren, auf Bildschirm als Dreiecke mit Spitze nach unten)

Die gegenseitige Beeinflussung der Objekte (Datenfluss) wird durch Pfeile angezeigt.

Im vorangehenden Bild wird gezeigt, wie mit AutoGam eine einfache **Zufallsmelodie** erzeugt wird. Die Algorithmen werden durchnummeriert, Algo1 wurde im Beispiel gelöscht, deshalb ist im Bild nur noch **Algo 2** zu sehen. Wir beschreiben die darin auftretenden speziellen Objekte.

Empfehlung: Öffnen Sie einen neuen Algo und kreieren Sie in diesem nacheinander die hier beschriebenen Objekte.

### **Objekt Note, im Beispiel Not1:**

Um mit Autogam Töne zu erzeugen, kann man z. B. einen Exécuteur „*Note*“ (hier *Not1*) nutzen. Doppelklick auf das Dreieck „*Not1*“ (auch möglich: mit rechter Maustaste Objekt anklicken, danach „*Properties*“ mit links anklicken) öffnet das rechts im Bild gezeigte Eigenschaftsfenster.

Die erste Zeile gibt mit *Exécuteur/ GenerNote / Not1* den Objekttyp (*Exécuteur Note*) und dessen Namen (*Not1*) innerhalb des Algos an. Anklicken von „*Type*“ liefert die Erklärung, dass mit diesem Objekt eine Note erzeugt wird, die über den ausgewählten MIDI-Kanal abgespielt werden kann.

Unter **Entrée (Entry, Input)** werden hinter den Eingangsnummern (E1 – E9) und Daten die Bedeutungen der jeweiligen Daten (**Nom**) der Eingänge aufgelistet, diese können nach Markieren (im Bild „*Durée*“) mit dem Schieber „*Modifier...*“ modifiziert werden (Schieben des Schiebers oder Zahlenfeld markieren und neuen Wert Eintragen). Danach muss man zur Bestätigung des neuen Wertes die entsprechende Zeile anklicken. In der dritten Spalte (**Connection**) wird angezeigt, aus welchem Objekt Daten gegebenenfalls übernommen werden, die entsprechende Festlegung erfolgt beim Zeichnen von Verbindungspfeilen. Durch Verbindungen gelieferte Daten können nicht wie zuvor beschrieben modifiziert werden.

## Voreinstellungen und Einstellungen der Eingänge bei Objekten des Typs Note:

Entrée	Nom	Connection	Valeur	Mode
E1	Signal	Seq1 Séquence	1	Actif
E2	Canal Midi		1	
E3	Mute		1	Actif
E4	Hauteur	Ale1 Valeur	63	Fa
E5	Velocité		127	
E6	Délai		0	
E7	Durée		1200	
E8	Gamme		1	Majeur
E9	Tonique		0	Do

Sortie	Nom	Connection	Valeur	Mode
S1	Midi	Microsoft GS Wav		

**E1: Signal 1 On** (Alternative Signal 0 Off einstellbar, dann tönt nichts, weil kein Eingang zugelassen). Wert wird hier von Seq1 (s. u.) geliefert und so variiert.

**E2: Canal Midi:** Voreinstellung 1, kann von 1 – 16 gewählt werden (andere Parameter werden vom Programm nicht akzeptiert). In dem einzelnen Kanälen Instrumente zugeordnet werden (mittels Objekt **Voice**) kann demnach auf 16 verschiedenen Instrumenten gespielt werden. Voreinstellung für alle Kanäle ungleich 10: MIDI-Nummer 0 Gran Piano (Flügel). Für Kanal 10 sind Schlaginstrumente voreingestellt. Not1 tönt, liefert Klaviertöne, weil über den Ausgang die Werte an Kanal 1 gesendet werden und dieser auf „Flügel“ vorprogrammiert ist.

**E3: Mute** hat 1 zur Voreinstellung (Sendung der Werte an Kanal 1 erfolgt), Einstellung 0 schaltet unser Objekt Not1 stumm (wichtig fürs Austesten).

**E4: Hauteur (Pitch)** legt die **Tonhöhe** fest, Werte 0 – 127, voreingestellt ist die MIDI-Nummer 60 (c'). Man beachte die Hinweise zu E8 Scale.

**E5: Velocité (Velocity)** bestimmt die Anschlagstärke / Lautstärke 0 – 127, voreingestellt ist der Maximalwert 127.

**E6: Delai (Delay)** bestimmt die Verzögerung bis zum Einsatz (in Millisekunden, 0 – 9999, voreingestellt 0 ms)

**E7: Dureé** bestimmt die **Dauer** (0 – 9999) in Millisekunden, voreingestellt 1000 ms.

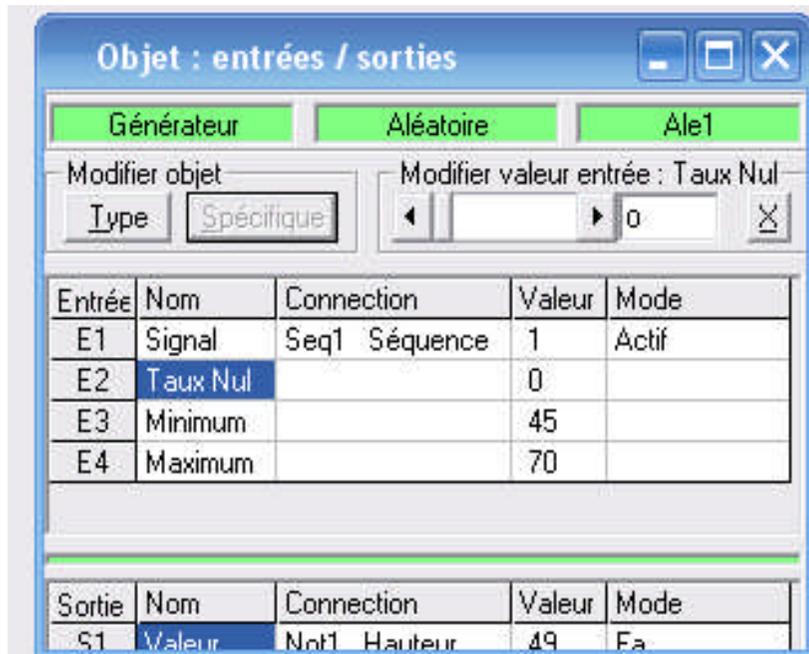
**E8 Gamme (Scale) und E9 Tonique:** Hiermit werden die zulässigen Töne herausgefiltert, ausgehend von 60 als Bezugsnummer werden allen andern Werten 60+x die im Abstand x von dem gewählten Basiston (Voreinstellung c', es kann aber auch cis, d usw. unter E9 gewählt werden) der um x von der Basis entfernte Ton der gewählten Skala zugeordnet. Als Tonart voreingestellt ist mit den Werten 1 für Dur in E8 und 0 in E9 C-Dur. Mit 0 in E8 und 0 in E9 stellt man die normale MIDI-Nummerierung ein, mit 2 in E8 wird Moll eingestellt usw., das Programm zeigt die entsprechenden Tonarten zu den einzelnen Parametern im Klartext an. Die Einstellung ist wichtig, wenn z. B. zufällig Tonhöhen erzeugt werden. Hier wird die Bedeutung der gewürfelten Höhen festgelegt, Standardeinstellung ist C-Dur und nicht die (zur chromatischen Tonleiter gehörende) MIDI-Norm (E8 = 0 und E9 = 0).

Beim **Ausgang (Sortie, Output)** kann man sehen, welcher Tonerzeuger vom Programm genutzt wird, sind mehrere verfügbar, so muss man beim Programmstart bei der entsprechenden Anfrage auswählen.

Dieser Baustein **Not1** allein lieferte im eingestellten Tempo neu angeschlagene Töne c', wenn wir den Algorithmus (A in Titelleiste gedrückt) mit der entsprechenden Pfeiltaste der Kopfleiste starten. Im Eigenschaftskasten kann man (Erinnerung: Öffnen mit Doppelklick auf Symbol Not2) Veränderungen vornehmen und so die zuvor gegebenen Erläuterungen live kontrollieren. Mittels Taster // lässt sich diese etwas eintönige Melodie abschalten.

### Objekt Générateur Aléatoire (Ale-Random):

Durch den Aufruf *Objet/Générateur/Aléatoire* wird ein **Zufallsgenerator** im Feld des markierten Algos erzeugt. Sofern noch kein solches Objekt im betrachteten Algo vorhanden ist, erhält es – wie im Bild – den Namen **Ale1**. Doppelklick auf das Symbol öffnet die Eigenschaftsliste:



**Typ (Générateur Aléatoire)** und **Name (Ale1)** werden in der ersten Zeile angezeigt.

Aufruf von „Type“ zeigt an, dass hier eine **Folge von Zufallszahlen** zwischen Minimum und Maximum (Werte zwischen -9999 und +9999 einstellbar) erzeugt wird.

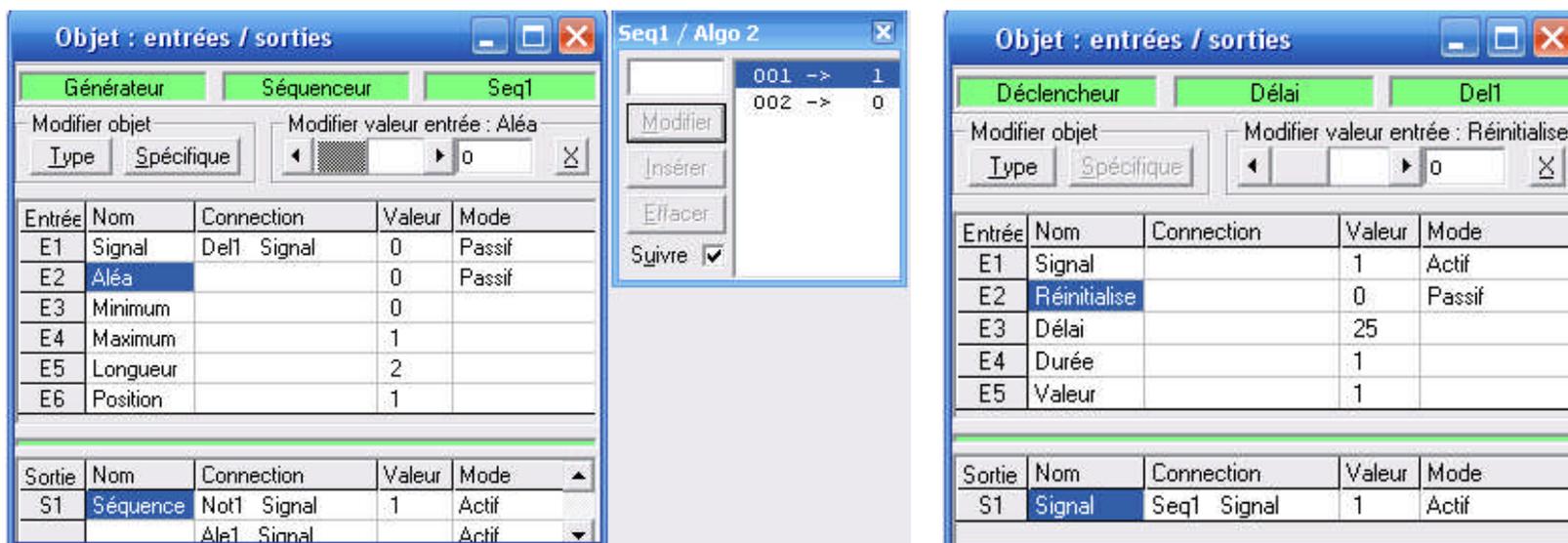
Zur Fixierung von Tonhöhen wurden hier in den Eingängen E3 und E4 die Werte 45 als Minimum und 80 als Maximum gewählt. Die Einstellung erfolgt durch Markieren der entsprechenden Zeile und Verändern unter „Modifier ...“, die Einstellungen bleiben hier fest, sie könnten auch über die entsprechenden Eingänge mittels anderer geeigneter Objekte variiert werden.

Für den Eingang „E1 Signal“ ist 1 (Actif) voreingestellt. Dieser wird in diesem Beispiel über das Objekt Seq1 gesteuert (s.u.).

Im Eingang „E2 Taux Null“ wird festgelegt, welcher Prozentsatz der erzeugten Zufallszahlen im Ausgang durch 0 ersetzt wird (Werte zwischen 0 und 100, 0: keine, 100: alle (100%), Voreinstellung 0).

Über den Ausgang S1 wird die jeweils erzeugte Zufallszahl („Valeur“) dem Objekt Not1 zugewiesen, und zwar dem Eingang „Hauteur“ (dieser kann beim Eintragen des Verbindungspfeils gewählt werden), also als Tonhöhe. Diese kann auch in der Spalte „Mode“ mitverfolgt werden.

Die Einstellungen zu den beiden noch fehlenden Bausteinen des Erzeugers einer Zufallsmelodie zeigt nachfolgendes Bild.



Der Sequenzengenerator Seq1 sendet Nullen und Einsen an Not1 und Ale1, er wechselt, sobald von Del1 eine 1 gesendet wird. Es werden also jeweils in 25 Beats je eine Zufallszahl gesendet und dadurch ein Ton erzeugt, danach wird 25 Beats pausiert.

Der „Déclencheur“ (Auslöser, Trigger) Del1 sendet jeweils um 25 Beats (Delai) verzögert Einsen, daher nach jeder „1“ hier 25 Nullen.

Insgesamt liefert Algo1 also 25 Zufallstöne, danach 25 Pausen, dann wieder 25 Zufallstöne, danach wieder 25 Pausen usw.

Das Grundprinzip der Bausteine von AutoGam ist damit angedeutet, weitere Details erfährt man durch Erkunden der bei der Installation mitgelieferten Beispiele.

Zu dem Programm **MUTABOR**, Homepage zum Download unter

[13] <http://www.math.tu-dresden.de/~mutabor/>

enthält der 4. Aufsatz des Heftes (S. 43) ein Beispiel.

Das freie Programm **PD-Extended** (Beispiel in Abb. 2 von S. 7) kann von der Seite

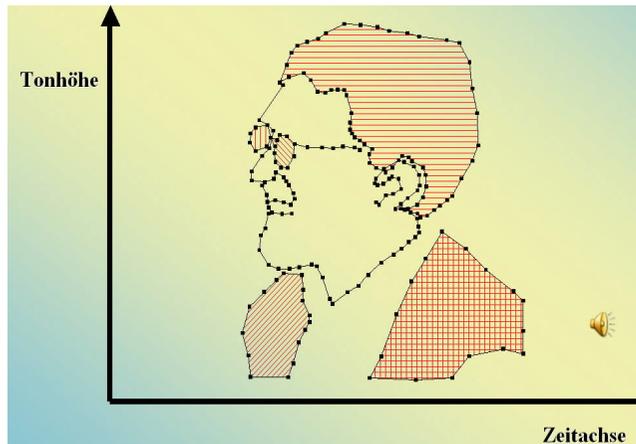


Zum Programm **PRESTO** findet sich im

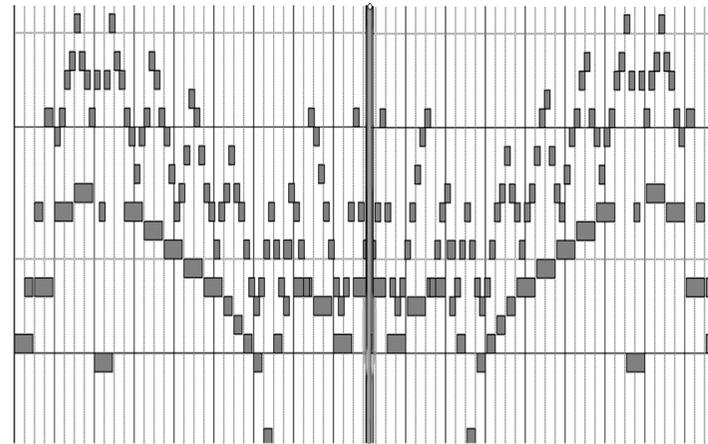
[Anhang: Presto auf dem PC](#)

eine kurze Anleitung zum Gebrauch mit den Links zu den Download-Seiten.

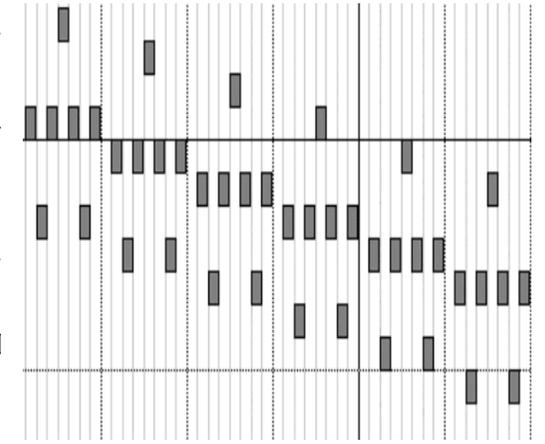
Hier folgen drei **Bilder zur Pianorolldarstellung** als Anregung zu deren Nutzung.



Anregung:  
So können aus Bildern Töne werden



Der „**Krebskanon**“ von J. S. BACH: Die Pianorolldarstellung zeigt sofort: Vorwärts und rückwärts gelesen ergibt sich das gleiche Stück



Ein geometrisches Muster (Translation eines Motivs) in der Musik von J. S. BACH in der Pianorolldarstellung

### **Ergänzende Literaturhinweise:**

- 1) Für **weitere Beispiele zur Motivanalyse** wird verwiesen auf  
W. Hodges: The geometry of music, in J. Fauvel u.a. (Hrsg.): Music and Mathematics, From Pythagoras to Fractals, Oxford University Press 2003, S. 91 - 112
- 2) Zahlreiche Beispiele zu **Zusammenhängen zwischen Kunst, Geometrie und Musik** einschließlich der Verallgemeinerung des Tonbegriffes (grafische Partituren) enthält  
H. de la Motte-Haber: Musik und Bildende Kunst, Von der Tonmalerei zur Klangskulptur, Laaber 1990
- 3) Der Zusammenhang zwischen **mathematischen und musikalischen Graphen** wird detailliert untersucht von S. ANZENHOFER, vgl. hierzu  
[http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/mitarbeiter/anzenhofer/musikalische\\_graphen/](http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/mitarbeiter/anzenhofer/musikalische_graphen/)

[Zurück zur Startseite dieser Ergänzungen und Hinweise](#)

## Ergänzungen zu Mathematik gestaltet (mit) Musik (N. CHRISTMANN)

### Zu S.13

Zur „*Kugelmusik*“ gelangt man, indem man nach Aufruf der Seite

<http://www.ketonges-island.de/>

am unteren Rand auf **VIDEO** klickt und aus dem sich öffnenden Angebot von Videos die „kugelmusik“ auswählt. Wenn sie nicht auf Anhieb auf dem Bildschirm erscheint, muss man mit Hilfe des Schiebereglers den nicht angezeigten Teil ansteuern.

Nähere Informationen zur Entstehungsgeschichte der Kugelmusik findet man in der im Literaturverzeichnis angegebenen Projektbeschreibung

[8] C. Leopold, N. Christmann (Hrsg.): Geometrie, Architektur und Musik, Dokumentation eines interdisziplinären Seminars an der TU Kaiserslautern, SS 2003.

und in dem ausführlichen Programm zum Abschlusskonzert des Projektes

[9] C. Leopold (Hrsg.): Klangsichten 311003: Musik sehen – Geometrie hören.

Informationen zum Bezug von [8] und [9] und der zugehörigen Konzert-DVD unter

[10] <http://www.uni-kl.de/AG-Leopold/forschung/geometrie-musik.html>

### Hinweise zu 1. Kosinuskurven musikalisch

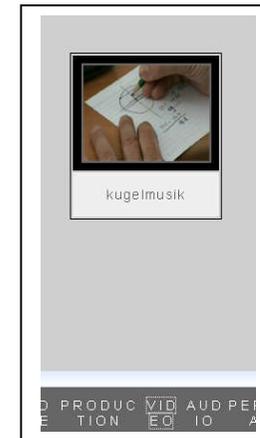
Die deutsche Version der Homepage von TOM JOHNSON findet man unter

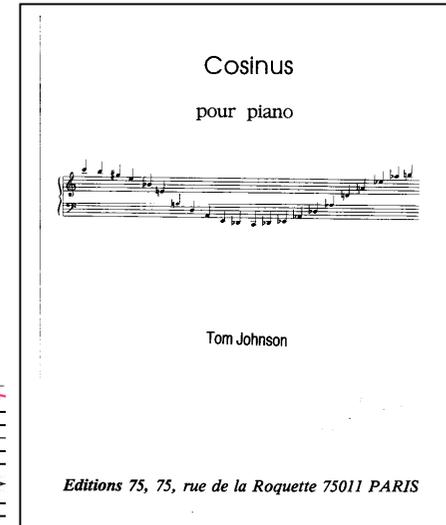
[12] <http://www.editions75.com/German/defaultgerman.html>

Wie bereits auf deren Startseite empfohlen sollte man zum Blättern im Werk des Komponisten die englische Version nutzen, weil die deutsche Version nicht aktualisiert ist.

In Abb. 1 wurden aus Platzgründen bereits zwei Ansätze zur Begründung des Notenbildes in das Titelbild der Partitur integriert.

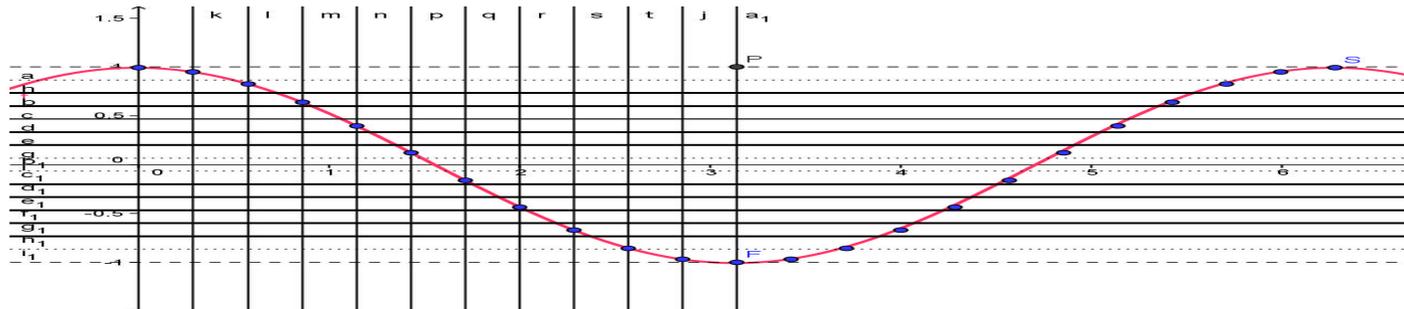
Im Unterricht wird man die Diskussion in der Regel mit dem Notenbild allein bzw. mit einer Kopie des Titelbildes eröffnen. Deshalb wird dieses hier nochmals allein angeboten.



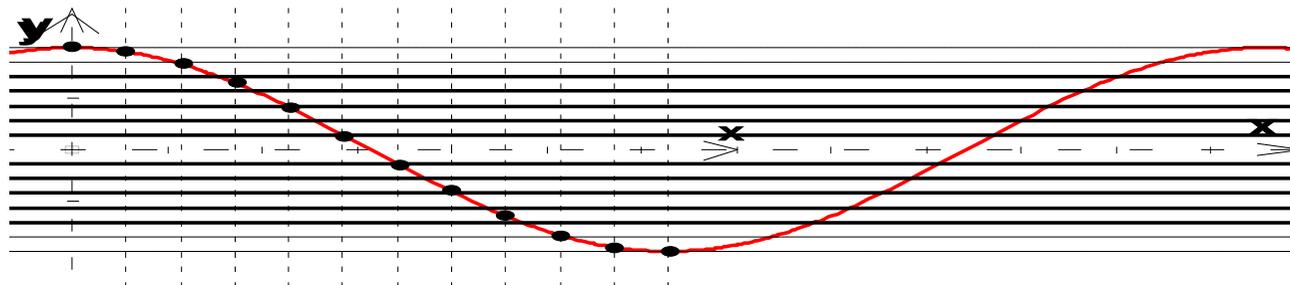


Das Ausmessen des Zwischenraumes dieses Systems liefert die im Text angegebenen beiden Varianten

**Anpassen der Musik an die Geometrie** (hier mit Geogebra, c' füllt drei Positionen des Systems)



**Anpassen der Geometrie an die Musik** (mit DynaGeo, Systeme rücken näher zusammen)



(Verzerrungen der Bilder werden hier für die Vergleichbarkeit in Kauf genommen)

Zur Generierung der Komposition mit AutoGam (vgl. Abb. 2 im Heft):

The screenshot shows two windows from the AutoGam software. The left window, titled 'Objet : entrées / sorties', contains a table of parameters for a circular generator. The right window, titled 'Cir1 / Algo 1', displays a circular diagram with a blue circle, a horizontal red axis, and a vertical red axis. A green line is drawn from the center to the upper right quadrant. Numerical values are displayed at the ends of the axes: 73 at the top, 79 on the right, and 34 at the bottom.

Entrée	Nom	Connection	Valeur	Mode
E1	Signal		1	Actif
E2	Réinitialise		0	Passif
E3	XMinimum		36	
E4	XMaximum		84	
E5	YMinimum		36	
E6	YMaximum		84	
E7	Départ		0	
E8	Arrivée		359	
E9	Pas		17	
E10	Sens		0	Trigonométrique

Sortie	Nom	Connection	Valeur	Mode
S1	ProjectionX	Not1 Hauteur	79	Sol
S2	ProjectionY		73	
S3	Angle		34	

Die Einstellungen zu dem „Générateur Circulaire“ Cir1 zeigen, dass hier Mathematik versteckt ist. Zunächst wird der Kreis durch Angabe der Maximal- und Minimalwerte für  $x$  und  $y$  (entsprechend der größten und kleinsten MIDI-Nummer für die Tonhöhe) einer Koordinatentransformation unterzogen, er könnte bei unterschiedliche Wertewahl auf den Achsen auch zur Ellipse werden. Das Programm „erspart“ dem Nutzer diese Rechnung. Mit der im Beispiel nicht genutzten „ProjectionY“ könnte eine erste Durchmischung zweier Kurven erzeugt werden. Bei den Einstellungen des nicht gezeigten Objektes Not1 ist darauf zu achten, dass E8 und E9 jeweils 0 gesetzt werden, also die volle MIDI-Skala als Tonvorrat genutzt wird.

Die Einstellung von E8 Arrivée mit 359 ist maximal gewählt, das Programm lässt also keine Winkel  $> 360^\circ$  zu. Dadurch ergibt sich trotz der Rundung der Schrittweite (E9 Pas) auf  $17^\circ$  bei jedem Durchlauf die gleiche Tonfolge.

Durch geeignete Wahl der Startpunkte (E7 Départ) können durch Nutzung mehrerer Cir-Objekte zusammen mit Verzögerungsbausteinen die im Text beschriebenen Durchmischungen erzeugt werden.

Link zu der Vertonung des Feigenbaum-Diagramms von JÖRG SCHÄFFER:

[http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/MAMUSI/5mathematik\\_musikalisch\\_in\\_.htm](http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/MAMUSI/5mathematik_musikalisch_in_.htm)

Link zum Ausschnitt von „*fractal*“ von CRITÓBAL HALFFTER mit dem PANTA RHEI Saxophon-Quartett auf dessen Homepage

<http://www.panta-rhei-quartett.de>

unter **Repertoire**.

## Hinweise zu 2. Erratum musical – Zufall in der Musik

Link zu weiteren Informationen zu „*Musical Erratum*“ (Beide Reihenfolgen der Titelbestandteile finden sich in der Literatur)

[http://www.toutfait.com/issues/issue\\_1/Music/erratum.html](http://www.toutfait.com/issues/issue_1/Music/erratum.html).

Link zu einer ersten Übersicht zum Themenkreis Zufall und Musik auf der Homepage des Autors:

[http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/MAMUSI/4Zufall\\_und\\_musik.htm](http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/MAMUSI/4Zufall_und_musik.htm)

Hier findet sich mit dem *Bernrag* auch eine Anwendung der Stiltheorie von D. COPE.

Link zur Homepage von DAVID COPE:

<http://artsites.ucsc.edu/faculty/cope/>.

## Hinweise zu 3. Komponieren – Kombinieren

Link zu den Noten des (Permutations-) Tangos von TOM JOHNSON

<http://www.editions75.com/FreeScores/TomJohnsonTango%28piano%29.pdf>.

Zum ersten Satz gehören die Permutationen (zeilenweise abgearbeitet)

12345	12354	12435	12453	12534	12543
13245	13254	13425	13452	13524	13542
14235	14253	14325	14352	14523	14532
15234	15243	15324	15342	15423	15432.

Eine einfache Variante dieses Tangos mit etwas mehr harmonischer Struktur erhält man, indem man für die einzelnen Takte eine Akkordfolge festlegt (z. B. einem andern Tango entnimmt) und die Permutation des Taktes dann auf die Töne dieses Akkordes (ergänzt durch ein oder zwei weitere – auch akkordfremde - Töne) bezieht. Im Beispiel „Tango OS“ wird nach einem zweitaktigen Intro die Akkordfolge

$d^m, d^m, g^m, g^m, a^7, a^7, d^m, d^m, //: d^7, d^7, g, e^m, e^m, a^7, d^m, d^m ://$

genutzt.

Die letzten vier Takte gehören nicht zu den Permutationen mit 1 an der ersten Stelle, sie enthalten die beiden letzten Permutationen des gesamten Stücks und werden hier auch als Schlusssequenz des ersten Satzes genutzt.

### TangoOS: Anwendung der o. a. Permutationen auf wechselnde Akkorde

## Hinweise zu 4. Musik und Unendlich

Link zum Halberstadter Orgelprojekt

<http://www.john-cage.halberstadt.de/>.

Link zur Komposition „Longplayer“ von JEM FINER

<http://longplayer.org/what/overview.php>.

Hörbeispiel zum Shepard-Effekt (Informationen dazu <http://de.wikipedia.org/wiki/Shepard-Skala> ) unter

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9c/Example\\_Shepard\\_Tones.ogg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9c/Example_Shepard_Tones.ogg)

Zu der angegebenen Komposition „The Fall“ aus der „Computer Suite from Little Boy“ von JEAN-CLAUDE RISSET findet man Auszüge bei Anbietern von CD's zu diesem Werk.

In Abb. 8 wurde für die „infinite melodies“ von T. JOHNSON bewusst eine unübliche Notation gewählt, damit noch deutlicher wird, dass hier auch in der Musik das Prinzip der sinngemäßen Fortsetzung einer Folge betrieben wird.

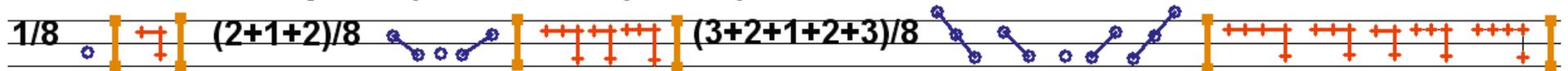


Abb. links: Anfang von ***Fractions I***

Die Auszüge entstammen von oben nach unten den folgenden Stimmen

Klarinette 1, Trompete 1, Horn 1, Horn 3, Posaune 1, Tuba,

dabei wurden alle Stimmen – bei Bedarf oktavversetzt – im Violineklavier geschrieben.

Erfasst werden in diesem Auszug die Perioden von  $1/n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots, 10$ .

### Erweiterung der Darstellung der Periode von 1/7

Im nachfolgenden Bild wurde die Notendarstellung um zwei Stimmen erweitert. Weil durch das Einfügen der Pausen sechs Abschnitte erkennbar sind und die Periode aus sechs Tönen besteht, können in der mit Fagott gekennzeichneten Stimme diese sechs Töne auf die sechs Abschnitte verteilt werden, in jedem Abschnitt hält diese Stimme dann konstant einen Ton. In der Paukenstimme werden durch Ausnutzen der Pausen in der ersten Stimme die Perioden aus dieser schon vorweggenommen.

Musical score for Oboe (Oboe), Bassoon (FAGOTT), and Drums (PAUKEN), measures 1 through 12. The Oboe part is in treble clef, Bassoon in bass clef, and Drums in bass clef. The score shows a sequence of notes and rests across these three staves.

Musical score for Oboe (Ob.), Bassoon (Fg.), and Drums (Pk.), measures 13 through 18. The Oboe part is in treble clef, Bassoon in bass clef, and Drums in bass clef. The score shows a sequence of notes and rests across these three staves.

## Hinweise zu 5. Fibonacci-Zahlen in der Musik

### Ergänzung zum Beispiel der Abb. 10 des Heftes

Nebenstehende Abbildung zeigt den zu Abb. 10 gehörenden **Algo1**. Die Abb. 10 des Heftes zeigt die Spezifikation des Objektes **Dsq1**, welche bestimmt (deklariert), ob in einer Folge (Séquence) von hier 52 Beats (64 wären möglich) das zugehörige Schlaginstrument ertönt oder nicht. Dazu sind die Ausgänge von *Dsq1* passend mit Executoren *Vater*, *Mutter*, *Jug* und *Neug* verbunden. Diese sind vom Typ *GenPerc*, erzeugen also Anschlagen eines Perkussionsinstrumentes. Ihre Programmierung erfolgt analog zu der von Note-Objekten, durch den Eingang E1 kann das Instrument aktiviert werden (Signal 1), E2 steuert den Schlagwerkkanal (MIDI 10) an, in E3 wurde nicht stumm geschaltet, E4 bestimmt den Typ des Schlaginstrumentes (hier eines ohne bestimmte Tonhöhe), E5 – E7 sind vom Typ Note bekannt. Im Bild wird gerade das Instrument für *Mutter* aktiviert, dies kann man auch in der Spezifikationsleiste am roten Rahmen erkennen, außerdem leuchten die Kästchen *Mutter* und *Dsq1* auf, weil sie gerade aktiv sind.

Ergänzung zur Spezifikation: Anklicken von „Eface“ würde die Belegung löschen, anschließendes Klicken auf Aléa würde die Kästen mit 50% Wahrscheinlichkeit belegen.

The screenshot shows the Gam software interface for the file 'C:\Programme\Autogam\Exemple\Fibonacci\_TomTom.gam'. The main window displays a diagram of the 'Algo 1' object, which is a green triangle labeled 'Dsq1'. It is connected to four other objects: 'Vater', 'Mutter', 'Jug', and 'Neug', which are represented by inverted triangles. The 'Mutter' object is highlighted with a red border. To the right, a panel titled 'Objet : entrées / sorties' shows the configuration for the 'Dsq1' object. It has three tabs: 'Exécuteur', 'GenerPercu', and 'Mutter'. The 'Mutter' tab is selected. Below the tabs, there are controls for 'Modifier objet' and 'Modifier valeur entrée : NomPercu', with the value '18' entered. A table below shows the configuration for the 'Dsq1' object:

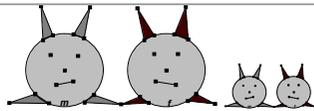
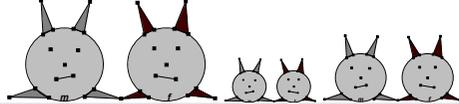
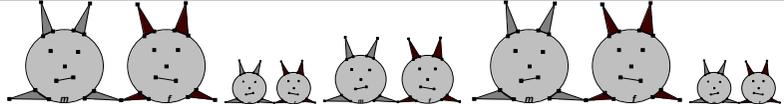
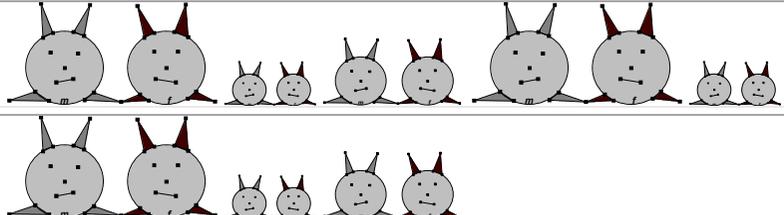
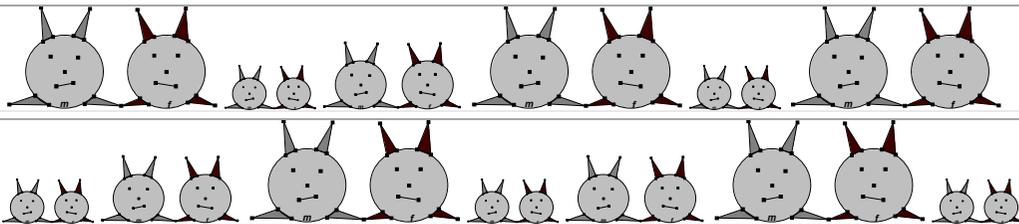
Entrée	Nom	Connection	Valeur	Mode
E1	Signal	Dsq1 Signal2	1	Actif
E2	Canal Midi		10	
E3	Mute		1	Actif
E4	NomPercu		18	Mid Tom 2
E5	Velocité		127	
E6	Délai		0	
E7	Durée		5000	

Below the table, there is another table for 'Sortie':

Sortie	Nom	Connection	Valeur	Mode
S1	Midi	Microsoft GS Wave		

At the bottom of the interface, there is a panel titled 'Dsq1 / Algo 1' which contains a grid for the 'Dsq1' object. The grid has 52 columns and 4 rows (Vater, Mutter, Jug, Neug). The 'Mutter' row and the 'Dsq1' header are highlighted in red. Below the grid, there are buttons for 'Eface' and 'Aléa', and a percentage value of 50%.

Das schrittweise Wachstum des Bestandes kann natürlich parallel zur Musik auch im Bild demonstriert werden. Die nachfolgende Sequenz kann großformatig (als PPT-Präsentation) in einzelnen Stationen die Population entstehen lassen, untermalt mit der Musik zum jeweiligen Bestand.

	Population of rabbits (pairs)
F(0)	 (newborn rabbits)
F(1)	 (one-month-old young rabbits)
F(2) = F(1)+F(0)	 (Parents with their newborn rabbits)
F(3) = F(2)+F(1)	
F(4) = F(3)+F(2)	
F(5) = F(4) + F(3)	
F(6) = F(5) + F(4)	

Zu beachten ist, dass die Rekursionsformel  $F(n+2) = F(n+1) + F(n)$  für  $F(2) = F(1) + F(0)$  bei Deutung der Variablen als Zahlen gilt, aber nicht für die Deutung als Vereinigung der Bestände (Fehler in Generationen).

Beispiele für die im Heft angesprochene Belegung mit Tonhöhen nach der Komposition von T. JOHNSON finden sich auf der folgenden Seite

### FIBONACCI-Folge musikalisch , Paare getrennt, Monat 6

In diesem Beispiel werden den Neugeborenen in Abhängigkeit von ihren Eltern aufsteigende Tonhöhen (a', c'', d#'', f#'', ...) zugeordnet, erwachsene Paare werden mit zwei halben Noten, jugendliche Paare mit Viertelnoten und Neugeborene mit Achtelnoten repräsentiert.

Im Bild repräsentiert die Musik den Bestand nach dem sechsten Monat. Alle durch c'' repräsentierte Paare wurden von der Startfamilie gezeugt, entsprechend alle durch d#'' von Familien aus diesem Bestand. Eine Trennung nach Geschlechtern erfolgt nicht.

### FIBONACCI-Folge musikalisch , Paare getrennt, Monat 6

Im zweiten Beispiel werden die Paare jeweils durch eine Note repräsentiert (Dreiviertelnote erwachsene, Halbe Note heranwachsende, Achtelnote neugeborene Paare), die Tonhöhenwahl erfolgt analog zum oberen Beispiel.

Die beiden unteren Stimmen tragen ebenfalls zur präzisen Beschreibung des Bestandes bei. Die unterste beschreibt den Bestand an Erwachsenen, Jugendlichen und Neugeborenen, sie kann z. B. von einem Schlaginstrument übernommen werden.

Die mittlere Stimme beginnt eine Oktave tiefer als die erste, springt aber nicht zurück, so kann stets die Zahl der Elterngenerationen abgelesen werden.

Die Zahl der Noten repräsentiert natürlich die Zahl der Paare bzw. im ersten Beispiel die Zahl der Kaninchen.

Für den Übergang von  $n$  nach  $n+1$  gilt das gleiche Prinzip wie bei der im Heft beschriebenen Repräsentation mittels Schlagwerk.

In jedem Fall wird das rasche (exponentielle) Anwachsen durch die rasch ansteigende Dauer der Bestandsmusik verdeutlicht.

Die **Perioden von  $(F(n) \bmod(m))$**  lassen sich einfach mit einem CAS bestimmen, man muss in der Liste nur die Teilfolge 0, 1 suchen, um das Ende der Periode zu bestimmen. Beispiele (mit DERIVE, Periode hervorgehoben)

VECTOR(MOD(FIBONACCI(n), 25), n, 1, 100)

[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 9, 5, 14, 19, 8, 2, 10, 12, 22, 9, 6, 15, 21, 11, 7, 18, 0, 18, 18, 11, 4, 15, 19, 9, 3, 12, 15, 2, 17, 19, 11, 5, 16, 21, 12, 8, 20, 3, 23, 1, 24, 0, 24, 24, 23, 22, 20, 17, 12, 4, 16, 20, 11, 6, 17, 23, 15, 13, 3, 16, 19, 10, 4, 14, 18, 7, 0, 7, 7, 14, 21, 10, 6, 16, 22, 13, 10, 23, 8, 6, 14, 20, 9, 4, 13, 17, 5, 22, 2, 24, 1, 0] *(Länge also 100)*

VECTOR(MOD(FIBONACCI(n), 26), n, 1, 100)

[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 8, 3, 11, 14, 25, 13, 12, 25, 11, 10, 21, 5, 0, 5, 5, 10, 15, 25, 14, 13, 1, 14, 15, 3, 18, 21, 13, 8, 21, 3, 24, 1, 25, 0, 25, 25, 24, 23, 21, 18, 13, 5, 18, 23, 15, 12, 1, 13, 14, 1, 15, 16, 5, 21, 0, 21, 21, 16, 11, 1, 12, 13, 25, 12, 11, 23, 8, 5, 13, 18, 5, 23, 2, 25, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 8, 3, 11, 14, 25, 13, 12, 25]

VECTOR(MOD(FIBONACCI(n), 27), n, 1, 100)

[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 7, 1, 8, 9, 17, 26, 16, 15, 4, 19, 23, 15, 11, 26, 10, 9, 19, 1, 20, 21, 14, 8, 22, 3, 25, 1, 26, 0, 26, 26, 25, 24, 22, 19, 14, 6, 20, 26, 19, 18, 10, 1, 11, 12, 23, 8, 4, 12, 16, 1, 17, 18, 8, 26, 7, 6, 13, 19, 5, 24, 2, 26, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 7, 1, 8, 9, 17, 26, 16, 15, 4, 19, 23, 15, 11, 26, 10, 9, 19, 1, 20, 21]

VECTOR(MOD(FIBONACCI(n), 28), n, 1, 100)

[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 6, 27, 5, 4, 9, 13, 22, 7, 1, 8, 9, 17, 26, 15, 13, 0, 13, 13, 26, 11, 9, 20, 1, 21, 22, 15, 9, 24, 5, 1, 6, 7, 13, 20, 5, 25, 2, 27, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 6, 27, 5, 4, 9, 13, 22, 7, 1, 8, 9, 17, 26, 15, 13, 0, 13, 13, 26, 11, 9, 20, 1, 21, 22, 15, 9, 24, 5, 1, 6, 7, 13, 20, 5, 25, 2, 27, 1, 0, 1, 1, 2, 3]

VECTOR(MOD(FIBONACCI(n), 29), n, 1, 100)

[1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 5, 26, 2, 28, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 5, 26, 2, 28, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 5, 26, 2, 28, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 5, 26, 2, 28, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 5, 26, 2, 28, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 5, 26, 2, 28, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 5, 26, 2, 28, 1, 0, 1, 1]

Link zum **Fibonacci-Waltz** von T. FROBERG:

<http://www.icompositions.com/music/song.php?sid=13228>

[Zurück zur Startseite dieser Ergänzungen und Hinweise](#)

## Ergänzungen zu Interkulturelle Aspekte im Mathematikunterricht: Tonsysteme (J. BLOCK)

Mailadresse des Autors: [jan.block@tu-bs.de](mailto:jan.block@tu-bs.de)

Die hier zusammengestellten Informationen zu den im Text des Heftes angegebenen Links wurden meistens aus diesen direkt übernommen.

<http://www.musik-for.uni-oldenburg.de/gamelan>

### Inhaltsübersicht zu dieser Webseite:

- [Einführung](#)
- Stimmungen des Bremer Gamelan: [Saron](#), [Bonang](#), [Pelog-Saron](#)
- [Gamelanstimmung von Synthesizern](#)
- ["Mira" - eine Komposition für das Bremer Gamelan und gestimmte Synthesizer](#)

Das künstlerisch-wissenschaftliche Forschungsvorhaben begann 1994 mit der

- "Vermessung" der Bremer Instrumente,
- der entsprechenden Einstimmung elektronischer Instrumente, der
- Umsetzung in eine "minimal music"-Komposition 1995, der
- Aufführung dieser Komposition 1997 inklusive Auswertung und der
- Darstellung des Projekts als interaktive Internetseite (im Jahre 1996-97 pionierhaft innovativ, da Java gerade erst formuliert worden war) .

<http://www.uebersee-museum.de/Musikangebote.html>

### Die Startseite zu diesem Link informiert über diese Musikangebote :

#### Musikalische Weltreise

Woher kommt Musik, wann und zu welchen Anlässen haben Menschen Musik gemacht? Von Afrika nach Nordamerika reisen wir in der Ausstellung mit Trommel und Gesang und lernen Leben und Glauben der Menschen durch ihre Musik kennen. Es werden indianische oder afrikanische Lieder gesungen und mit einfachen Perkussionsinstrumenten begleitet.

Ab der Grundschule

#### Indonesisches Gamelan

Der Kampf zwischen Gut und Böse hat in der traditionellen Gamelanmusik eine feste Form, die für Kinder und Jugendliche ab 10 Jahren gut erlernbar ist.

Eine Einführung in das indonesische Schattenspieltheater und Aktion mit den Gamelan-Instrumenten (mindestens 1,5 Std.)

#### Schutz vor dem Bösen

Die Djembe-Trommeln rufen die guten Geister um Schutz an.

Aktion mit den afrikanischen Trommeln für Kinder und Jugendliche ab 10 Jahren (mindestens 1,5 Std.)

<http://www.uni-hildesheim.de/de/centerforworldmusic.htm>

#### **Aus der Vorstellung des Center for World Music:**

Das Center for World Music ist eine Forschungseinrichtung zur Weltmusik und bietet sowohl Lehre an, wie auch ein Veranstaltungsprogramm. Halbjährlich wechselnde regionale Schwerpunkte ermöglichen Kontinuität und Vielseitigkeit. Im Rahmen von Kooperationsprojekten erweitern sich die Aktivitäten des CWM auch auf das Ausland.

Die Sammlung des Musikethnologen Prof. Dr. Wolfgang Laade, bestehend aus 50.000 Tonträgern, 10.000 Büchern und 1000 Instrumenten aus aller Welt, ist hier untergebracht. Ihre Nutzbarmachung für Forschung und Lehre umfasst auch ihre Aktualisierung. In einem Leseraum stehen den Besuchern die neuesten Publikationen zur Weltmusik und Neuerscheinungen auf dem Phonomarkt zur Einsicht.

Die Musikinstrumente-Sammlung des Musikethnologen Rolf Irle kam als Stiftung an die Universität Hildesheim und zählt ca. 3000 Objekte. Über ihre wissenschaftliche Bedeutung hinaus, ist sie in regelmäßigen interaktiven Führungen für die breite Öffentlichkeit zugänglich.

Ein nachhaltiges Interesse der Öffentlichkeit und der Studenten an Weltmusik strebt das CWM nicht nur im vielseitigen Angebot von Lehrveranstaltungen, öffentlichen Führungen, Vorträgen, Tagungen bis hin zu Filmvorführungen, Konzerten und Workshops an, sondern sieht eine Priorität in der Zusammenarbeit mit den Schulen der Stadt und der Region. Klassen können sich zu Führungen anmelden, aber sich auch an langfristigen Projekten beteiligen, wie zum Beispiel bei dem zur Zeit laufenden und von der Niedersächsischen Bingostiftung geförderten Projekt, bei dem es um die Erfahrung von Schülern mit Musikinstrumenten und Musik geht.

Dank seiner attraktiven technischen und räumlichen Ausstattung bietet das Zentrum nicht nur für wissenschaftliche und kulturelle Tagungen und Veranstaltungen, sondern auch für Preisverleihungen oder Ehrenpromotionen einen hervorragenden Standort.

<http://www.mued.de>

Die **MUED** wurde im Jahr 1977 gegründet, als eine selbstverwaltete Organisation von Mathematiklehrerinnen und -lehrern aller Schularten, um den damals sehr praxisfernen Mathematikunterricht zu verändern.

Von Anfang an war es ein Verbund von gleichgesinnten Leuten, die gemeinsam anwendungsbezogene Unterrichtseinheiten entwickeln, diese im Unterricht erproben und ihre Erfahrungen austauschen wollten.

Was ganz klein begann, ist inzwischen ein Verein mit rund 700 Mitgliedern aus dem deutschsprachigen Raum und eine Datenbank mit mehr als 1100 Unterrichtsmaterialien zu fast allen Themen der Sek. I und II.

<http://raa.de/1.html>

Die **27 RAA (Regionale Arbeitsstellen zur Förderung von Kindern und Jugendlichen aus Zuwandererfamilien) in NRW** verstehen interkulturelles Miteinander als Chance für die Entwicklung aller Kinder und Jugendlichen – für die hier geborenen, die hier aufgewachsenen und zugewanderten. Mit diesem Arbeitsansatz entwickeln die RAA Programme, Projekte, Produkte und setzen diese vor Ort in Kooperation mit Partnern um. Die RAA werden gefördert vom Ministerium für Generationen, Familie, Frauen und Integration sowie vom Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes NRW und den jeweiligen Kommunen bzw. Kreisen.

Die Hauptstelle RAA NRW ist die zentrale Koordinierungs- und Servicestelle für die 27 lokalen RAA in NRW. Sie sichert den Erfahrungsaustausch und gibt Impulse für die Weiterentwicklung der Arbeit des RAA-Verbundes.

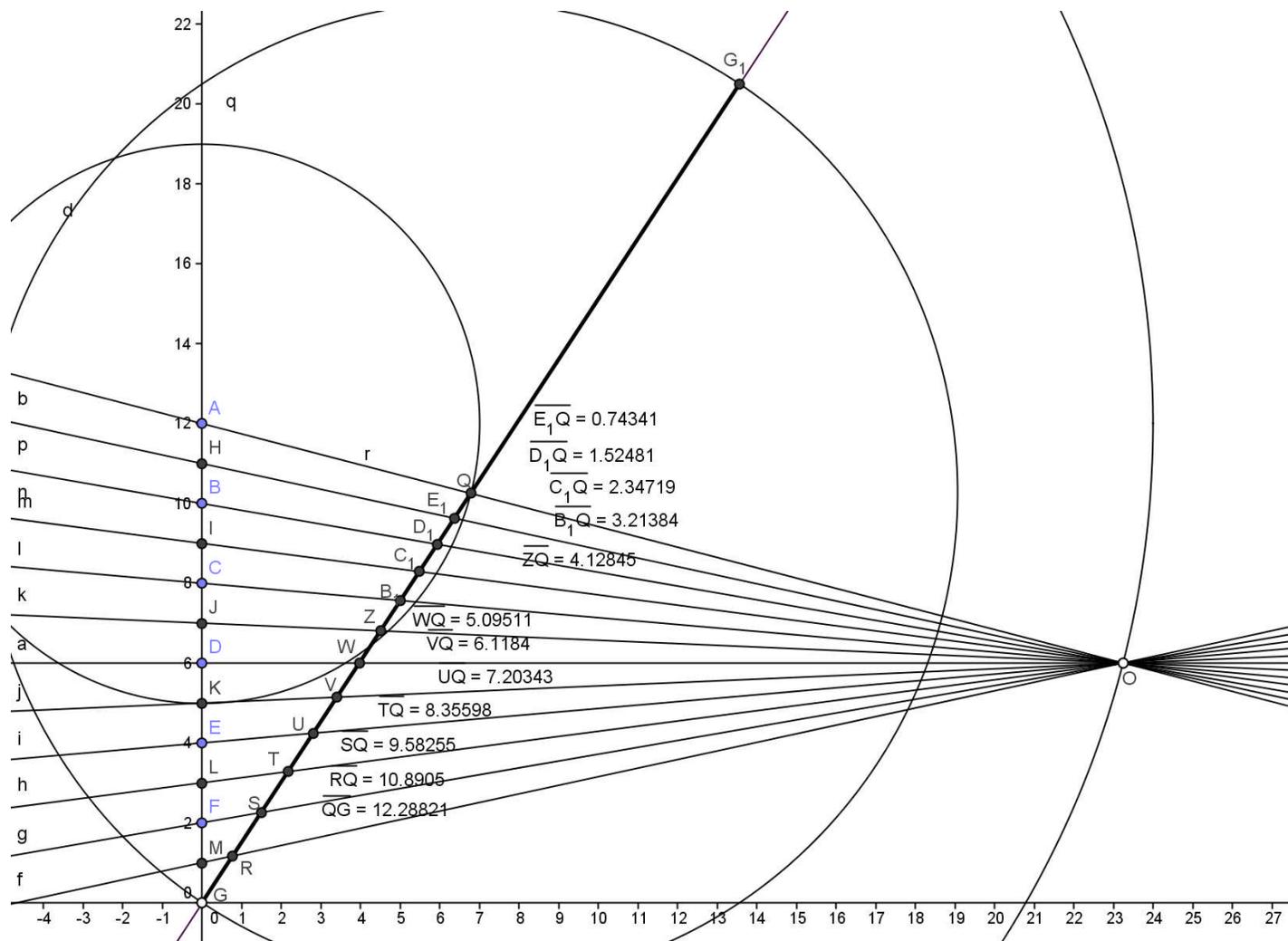
Unterrichtsmaterialien „Impulse für das interkulturelle Lernen“ bei MUED e. V. zu beziehen

Informationen zur **Makam-Musik** mit Beispielen findet man z. B. unter

<http://www.makamhane.com/makam.html>

**[Zurück zur Startseite dieser Ergänzungen und Hinweise](#)**





Messung mit GeoGebra (Bezeichnungen vom Programm automatisch gesetzt, daher nicht mit denen im Artikel übereinstimmend)

Bei der Umsetzung im Unterricht sollte neben DGS auch CAS genutzt werden, im Beitrag wurde DERIVE eingesetzt. Die zugehörigen Dateien können bei Bedarf vom Autor angefordert werden. Dies gilt insbesondere auch für die zur auf S. 38f. unter 5. beschriebenen Verallgemeinerung des Verfahrens von STRÄHLE.

### **Links aus dem Literaturverzeichnis:**

Eine Beschreibung des Verfahrens findet sich unter

[4] [http://en.wikipedia.org/wiki/Strähle\\_construction](http://en.wikipedia.org/wiki/Strähle_construction).

Die Originalartikel von D. STÄHLE und J. FAGGOT können auf den S. 281- 286 bzw. S. 286 – 291 in der Vorschau unter nachfolgendem Link eingesehen werden

[5] <http://books.google.com/books?id=lr44AAAAMAAJ&printsec=frontcover&hl=de#v=onepage&q&f=false>

Das im Anhang kurz erläuterte Programm MUTABOR zum Hörbarmachen unterschiedlicher Stimmungen kann von folgender Homepage geladen werden.

[6] <http://www.math.tu-dresden.de/~mutabor/>

Man findet dort auch Beispiele, die das Programmieren durch Modifikation ermöglichen.

### **Kurzvorstellung dieses Programms (Startseite von [6]):**

**Mutabor** ist ein Programm, das das Live-Musizieren mit Mikrotönen unterstützt. Es erlaubt, beliebige Tonhöhen erklingen zu lassen. Ein wichtiges Anwendungsfeld ist die „[Reine Stimmung](#)“.

Mutabor benutzt eine eigene musikalische Sprache, um Töne, (Um-)Stimmungen und Reaktionen auf Ereignisse (Mehrklänge, Tasten, MIDI-Signale) zu beschreiben. Dabei können MIDI-Ports, MIDI-Dateien und [GMN](#)-Dateien in gleicher Weise verwendet, gemischt und verteilt werden. Mutabor ist ein Low-Cost Gerät, seine Leistungen im Bereich der Intonation liegen aber bereits deutlich jenseits dessen, was heutiges Live-Equipment Musikern liefert. Man hat spielend leichten Zugriff auf statische und mutierende Stimmungen, kann schnell zwischen ihnen umschalten und frei mit ihnen experimentieren. So ist es für viele Anwender interessant: für den Musiker, der antike Stimmungen vergleichen und erkunden will, bei der Gehörschulung, für den Tonsatz, als tonales Experimentierfeld für Komponisten und noch viel mehr.

### **[Zurück zur Startseite dieser Ergänzungen und Hinweise](#)**

## Ergänzungen zu

### Der Klang von Musikinstrumenten – erklärt mit Hilfe der Synthese von Klängen (M. SCHREINER)

Mailadresse des Autors: [schreiner@ntb.ch](mailto:schreiner@ntb.ch)

Die hier angegebenen Hinweise entstammen dem Manuskript von M. SCHREINER. Sie konnten aus Platzgründen nicht alle im Heft aufgeführt werden.

#### Software zu 2. Klang oder Geräusch

Unter

<http://didaktik.physik.fu-berlin.de/sounds/>

findet man Software zur Klanganalyse. Neben der Möglichkeit der Fourier-Analyse findet man dort auch viele Samples von verschiedenen Instrumenten. Eine andere nützliche Software, die neben der Fourier-Analyse auch für die Überlagerung von Sinusschwingungen genutzt werden kann, ist **Overtone**, zu finden unter

<http://www.aplu.ch/overtone/> .

#### Software zu 5. Klangsynthese

Im Internet findet man die freie Software Pure Data, herunterzuladen als **PD-extended** unter

<http://puredata.info/downloads/>

Mit ihrer Hilfe lassen sich einige Syntheseformen austesten. Hilfreich ist das zugehörige Tutorial von JOHANNES KREIDLER:

<http://www.pd-tutorial.com>.

#### Software zu 10. Physical Modelling

Die vielleicht umfangreichsten Informationen mit zahlreichen wissenschaftlichen Papers und Klangbeispiele. sind auf der Homepage von JULIUS O. SMITH zu finden:

<http://ccrma.stanford.edu/~jos/>.

Ein Windows-Programm zur Simulation einer Saite mit Hilfe eines Feder-Masse-Modells wird angeboten unter:

<http://www.inventionen.de/Studio/Referate/physmodel/>.

Klangbeispiele und eine Animation zum Physical Modeling-Synthesizer des Instituts für Computational Engineering der Hochschule Buchs findet man auf der Webseite [6] der Literaturliste.

## Weitere Internet/Software-Hinweise

Zur additiven Synthese kann das bereits erwähnte Programm PD-extended eingesetzt werden. Inzwischen gibt es viele Software-Synthesizer, darunter auch freie. Diese können als sogenanntes VST-Plugin in einem Audiosequenzers, z. B. Cubase,

<http://www.steinberg.net>

eingesetzt werden. Um sie testen zu können, kann man auch einen der in Internet angebotenen freien VST-Host (Suche mit „VST host“) verwenden. Hilfe bietet auch die Suchfunktion unter

<http://www.kvraudio.com> .

Zur Simulation einer Hammondorgel gibt es ebenfalls freie Software, z.B. das VST-Plugin Rumpelrausch ZR-3. Registrierungshinweise für die Zugriegel einer Hammond-Orgel bietet die Seite

<http://www.hammondjazz.com/drawbars/index.html>.

Eine virtuelle Kirchenorgel findet man unter

<http://www.hauptwerk.com>.

Von der Firma Native Instruments gibt es den Software-Synthesizer FM-8 zur Synthese mit Frequenz-Modulation. Als Freeware zur FM-Synthese ist FMHeaven zu nennen:

<http://www.loftsoft.co.uk/> .

Ein Windows-Programm zur Simulation einer Saite mit Hilfe eines Feder-Masse-Modells wird angeboten unter:

<http://www.inventionen.de/Studio/Referate/physmodel/>

Klangbeispiele und eine Animation zum Physical Modeling-Synthesizer des Instituts für Computational Engineering der Hochschule Buchs findet man auf der Webseite [6] der Literaturliste.

## Links aus dem Literaturverzeichnis

[4] JULIUS O. SMITH: A Basic Introduction to Digital Waveguide Synthesis (for the Technically Inclined), (2006) online:

<https://ccrma.stanford.edu/~jos/swgt/swgt.html>

[6] Online:

<http://www.ntb.ch/ntb-institute/ice/projekte/virtuelle-violine.html>

## [Zurück zum Start dieser Ergänzungen](#)

## Ergänzungen zu

### Statistik lernen mit einem Metronom (C. VAN DE GIESSEN)

Mailadresse des Autors: [carelvdg@planet.nl](mailto:carelvdg@planet.nl)

#### Links aus dem Literaturverzeichnis

[4] GAISE (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education) PreK-12 Report (2007), Hrsg.: American Statistical Association, zu finden unter

<http://www.amstat.org/education/gaise/>

[6] NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, ) (2000): Principles and standards for school mathematics. Reston VA.  
Homepage NCTM:

<http://www.nctm.org/>

[7] NCTM (2003) Navigations Series: Navigating through Data Analysis in Grades 6 – 8; Navigating through Data Analysis in Grades 9 – 12, Inhalte auf NCTM-Homepage einzusehen (siehe [6]).

[8] NCTM (2008). The role of technology in the teaching and learning of mathematics, abrufbar unter

<http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=14233>

[9] VU-Statistik: Die deutsche Version (derzeit ohne Modul Metronom) ist Teil des Software-Pakets „Mathematik interaktiv“ des Schroedel-Verlages Braunschweig, Informationen unter

[http://www.schroedel.de/gymnasium/software/mathe-interaktiv/mathe\\_interaktiv.xtp](http://www.schroedel.de/gymnasium/software/mathe-interaktiv/mathe_interaktiv.xtp)

Die holländische Version ist über die in [11] angegebenen Materialien abrufbar einschließlich des Moduls Metronom.

[10] Holländischer Lehrplan: Herausgegeben vom Ctwo (Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs; Committee Future Mathematics Teaching) 2009, zu finden durch Aufruf der Seite

<http://www.ctwo.nl/>

danach auf dieser [publicaties / Experimenteetele examenprogramma's 2014](#) anklicken.

[11] Ergänzende Materialien zu diesem Lehrplan einschließlich der Beta-Version VU-Statistik. Man rufe mit

<http://www.fi.uu.nl/ctwo/lesmateriaaldir/ExperimenteelLesmateriaal/HAVO%20Wiskunde%20A/>

das Inhaltsverzeichnis auf und lade dann die Datei

digiboek3.exe

herunter, nach deren Installation findet man unter VU-Stat auch das Tool Metronom.

### **Hinweise zu der im Text außer VU-Statistik erwähnten Software FATHOM und TINKERPLOTS:**

C. Konold / C. Miller: **TINKERPLOTS**, Dynamic Data Exploration, Grades 4 – 8, Key Curriculum Press, weitere Informationen

[www.keypress.com/x5715.xml](http://www.keypress.com/x5715.xml)

**FATHOM** Dynamic Data Software Grade 8-College, Key Curriculum Press

[www.keypress.com/x5656.xml](http://www.keypress.com/x5656.xml)

Informationen zur aktuellen deutschen Version Fathom 2 auf

<http://www.mathematik.uni-kassel.de/~fathom/>

(Download Evaluationsversion, Kauf des Programms z. B. bei Cotec, zugehöriges Buch von R. Biehler u. a. bei Springer 2006)

### **Hinweis auf ein ergänzendes Beispiel**

Ursprünglich sollte der Beitrag von C. van de Giessen noch durch ein weiteres Beispiel – die Thematisierung der Intonation von Blasinstrumenten – ergänzt werden. Dazu war im vorliegenden Heft kein Platz mehr. Nach einem entsprechenden Vortrag von N. Christmann auf der MNU 2011 in Mainz folgen dazu nähere Angaben auf der Homepage

<http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/~nchrist/>

[Zurück zum Start dieser Ergänzungen](#)

## Kleingedrucktes (G. KÖNIG)

Links zum Hefthema

[http://www.math.unibas.ch/~walser/Stud\\_Arbeiten/Musik/Tscharner/Musik.pdf](http://www.math.unibas.ch/~walser/Stud_Arbeiten/Musik/Tscharner/Musik.pdf)

(Wie die Musik durch das Wirken des Philosophen Pythagoras der Wissenschaft der Mathematik untergeordnet wurde, Intervalle und Frequenzverhältnisse, Staatsexamensarbeit)

[http://www.math-edu.de/Mathegarten/Mathe\\_Musik/mathe\\_musik.html](http://www.math-edu.de/Mathegarten/Mathe_Musik/mathe_musik.html)

(Die Pythagoreische Stimmung, Keplers Sphärenmusik, Eulers Zahlenzuordnungen zu Tönen, die chromatische Tonleiter, Fibonacci-Zahlen in der Musik – Auszug aus einer Jugend-forscht-Arbeit)

<http://www.pollag.de/spiegel/mathe.htm>

(Musik, Mathematik der Gefühle)

<http://www.kzu.ch/fach/mathe/Unterricht/mathemusik/MatheundMusik.htm>

(Eine Unterrichtseinheit mit integrierter Werkstatt für das 11. Schuljahr)

<http://www.lehrer.uni-karlsruhe.de/~za146/barock/bachmus.htm>

(Referat in Klasse 13 zum Thema Barockmusik, Kompositionstechniken)

[http://stubber.math-inf.uni-greifswald.de/mathematik+kunst/literatur\\_musik.html](http://stubber.math-inf.uni-greifswald.de/mathematik+kunst/literatur_musik.html)

(Literaturliste)

[http://www.schulministerium.nrw.de/BP/Lehrer/Veranstaltungen/Materialien\\_zu\\_vergangenen\\_Veranstaltungen/KunstMusikBildungSchule/Bruening.html](http://www.schulministerium.nrw.de/BP/Lehrer/Veranstaltungen/Materialien_zu_vergangenen_Veranstaltungen/KunstMusikBildungSchule/Bruening.html)

(Praxisbeispiele für eine fächerübergreifende Zusammenarbeit der Fächer Mathematik und Musik)

Link zu ICM 2010 – Field-Medals

<http://plus.maths.org/content/latest-news-icm-2010>

**[Zurück zum Start dieser Ergänzungen](#)**

## Anhang: PRESTO auf dem PC

(Dieser Anhang ein überarbeiteter Abschnitt aus der Examensarbeit von K. KOBER)

Die unter Federführung von G. MAZZOLA entwickelte Kompositionssoftware PRESTO besitzt viele Features, die man in ähnlicher Form auch in Programmen zur dynamischen Geometrie (DynaGeo, Cinderella usw.) findet. Daher lohnt es sich, dieses Programm zum Aufzeigen von Gemeinsamkeiten in den Arbeitsweisen von Mathematik und Musik zu nutzen.

Das Programm PRESTO wurde für den vor Jahren von Musikern gern genutzten **Atari ST** geschrieben, diese Rechner gibt es zwar noch „antiquarisch“, aber es ist doch mühsam, immer dann, wenn man PRESTO nutzen will, den Atari auszupacken und die Zitterpartie zu starten, ob die Maus durchhält. Durch EMULATOREN wird es möglich, Atari-Programme auch auf den PC's zum Laufen zu bringen. Allerdings streiken einige der Emulatoren bei Musiksoftware. Im Rahmen einer Examensarbeit fand K. KOBER einen Emulator, der stabil das nach wie vor sehr interessante Programm PRESTO auf dem PC zum Laufen brachte. Ein Vorteil dieser Lösung besteht darin, dass die benötigte Software weitgehend kostenfrei ist, weiter arbeiten die Programme auf den modernen Rechnern im Falle der Kompatibilität schneller als auf dem Atari. Der für PRESTO geeignete Emulator „**Steem Engine**“ kann als Freeware (samt Bedienungsanleitung) kostenlos von der Internetseite

[11] [http://steem.atari.st/lang\\_deutsch.htm](http://steem.atari.st/lang_deutsch.htm)

das Programm „**PRESTO**“ (mit Bedienungsanleitung) von

[12] <http://tamw.atari-users.net/presto.htm>

herunter geladen werden.

Um den Emulator zu verwenden, benötigt man ein Atari ST Betriebssystem (TOS). Während der Installation von „Steem Engine“ muss angegeben werden, wo das Image dieses Betriebssystems liegt. Dieses Betriebssystem – (Empfehlung: Version TOS 2.06, deutsche Version) – findet man ebenfalls auf der Internetseite des Emulators.

Kopiert man die Datei „*Translate\_Deutsch*“ - auch diese findet man auf der Internetseite des Emulators - in den gleichen Ordner wie das Programm „steem.exe“, so wird die ursprünglich englische Version des Emulators automatisch ins Deutsche übersetzt.

Fassen wir ersten die Schritte zur Installation des Emulators zusammen:

- Man erstelle einen **neuen Ordner** z. B. **ATARI**.
- Man lade aus dem Internet die gezippten Dateien Steem Engine, TOS 2.06 und Translate Deutsch in dieses Verzeichnis und entpacke sie.
- Mit steem.exe kann der Emulator gestartet werden.

Beim Emulator sind **PC-Modus** und **Atari-Modus** zu unterscheiden. Nach dem Start von „steem.exe“ ist er zunächst im PC-Modus. Damit „PRESTO“ im Atari-Modus einwandfrei läuft, sind im PC-Modus noch einige Einstellungen notwendig:

Als **Bildschirmeinstellung** muss „**Monochrommonitor (hohe Auflösung)**“ gewählt werden (Abbildung 1). Zur Öffnung des angezeigten Fensters klicke man das im Bild bei Optionen angezeigte Werkzeug an.

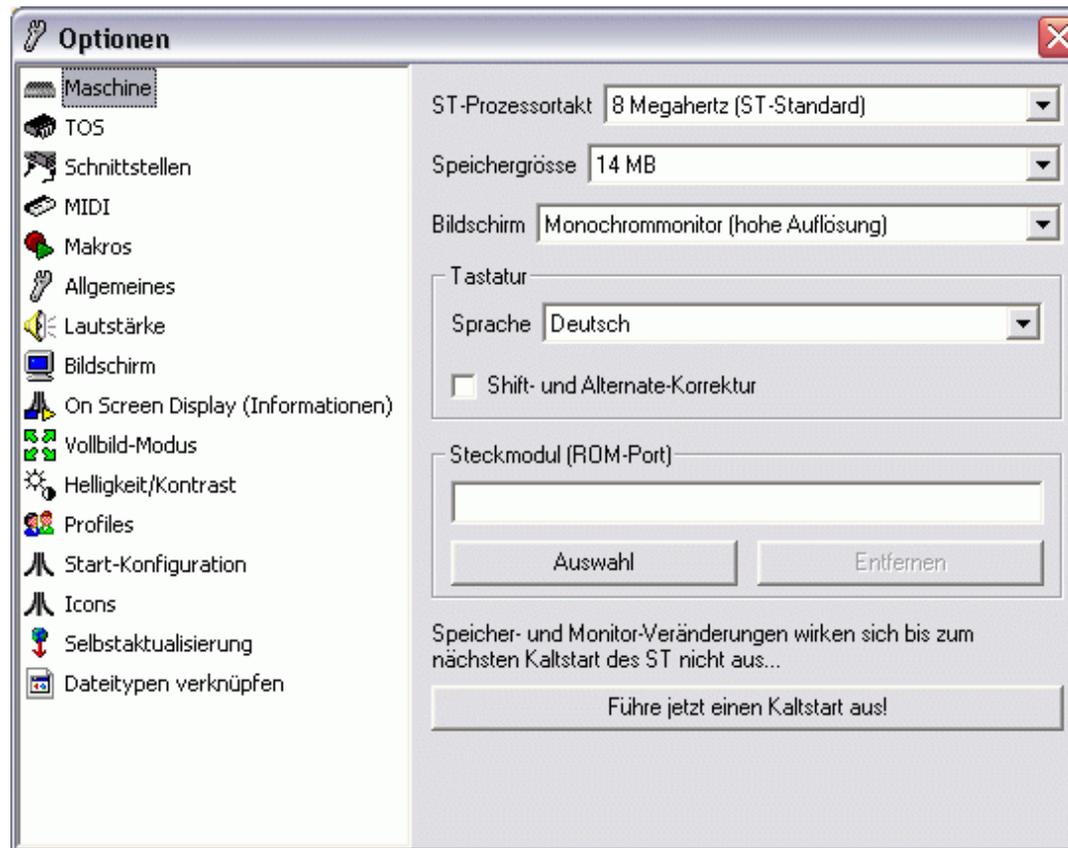


Abbildung 1 Maschineneinstellungen

Weiter müssen die Optionen für die Schnittstellen gesetzt werden. Da es sich bei PRESTO um eine Kompositionssoftware handelt, will man die „komponierten“ Werke vermutlich auch hören, also abspielen können. Der Emulator bietet die Möglichkeit, ein MIDI-Gerät anzusprechen. Die Ein- und Ausgabe von Musik kann also über ein angeschlossenes MIDI-Gerät (z. B. Keyboard) erfolgen. Während ATARI-Rechnern eine MIDI-Schnittstelle besitzen, muss sie beim PC eigens beschafft werden. Derzeit ist es am einfachsten, über USB eine entsprechende MIDI-Schnittstelle anzuschließen und das Keyboard mit dieser passend zu verbinden. Das Keyboard kann dann bei entsprechender Einstellung (*MIDI-Gerät*) vom Emulator als Ausgabegerät verwendet wird (Abbildung 2).

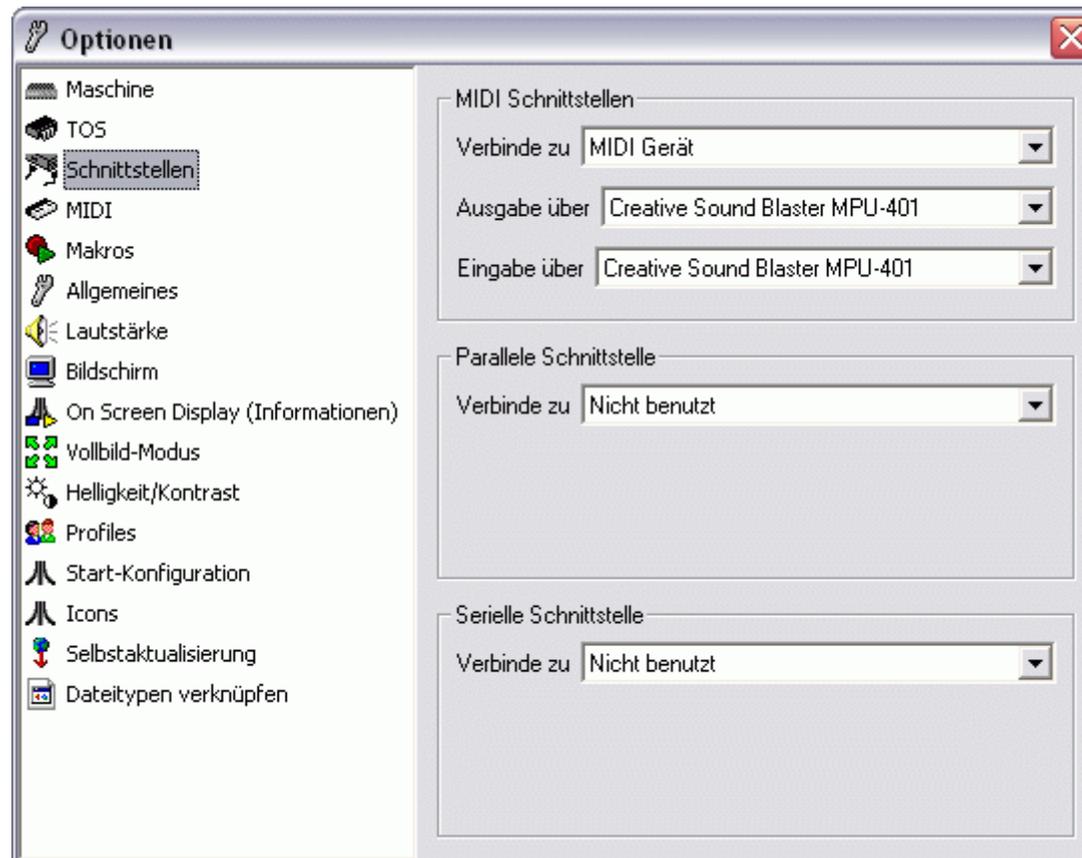


Abbildung 2 Schnittstelleneinstellungen mit Nutzung eines Keyboards

Es ist allerdings auch möglich die Dateien ohne Keyboard mit Hilfe einer internen Soundkarte abzuspielen. Dazu wählt man die Einstellung „Ausgabe über Microsoft GS Wavetable SW Synth“ (Abbildung 3).

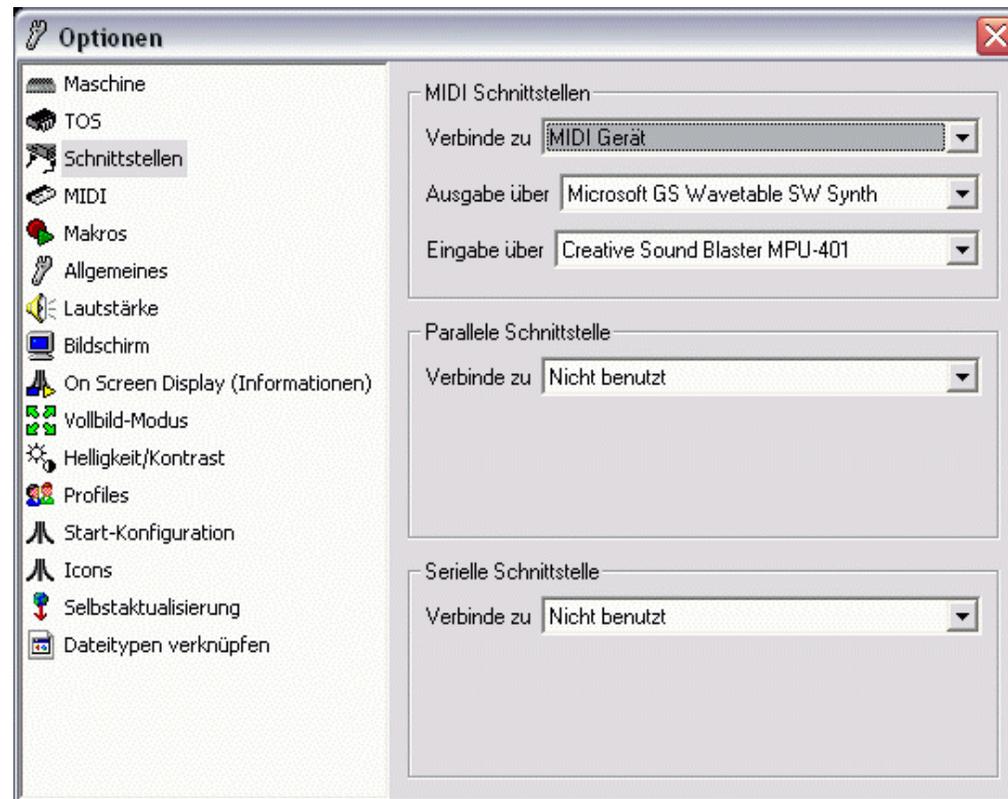


Abbildung 3 Schnittstelleneinstellungen ohne Nutzung eines Keyboards

In der Rubrik *Lautstärke* wird das Format als 16-Bit Stereo gewählt (Abbildung 4).

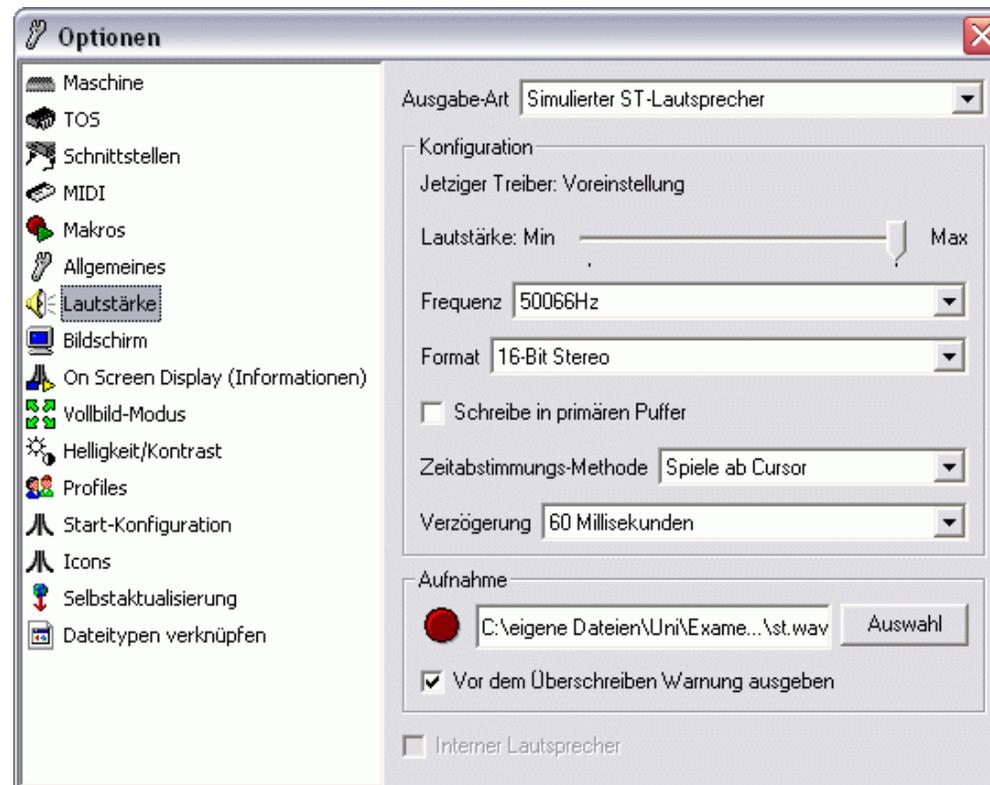


Abbildung 4 Lautstärkeinstellungen

Wenn die Einstellungen entsprechend gewählt wurden und der Emulator gestartet wird, öffnet sich auf dem Desktop ein Fenster, indem die Oberfläche eines Atari ST dargestellt wird (Abbildung 5).

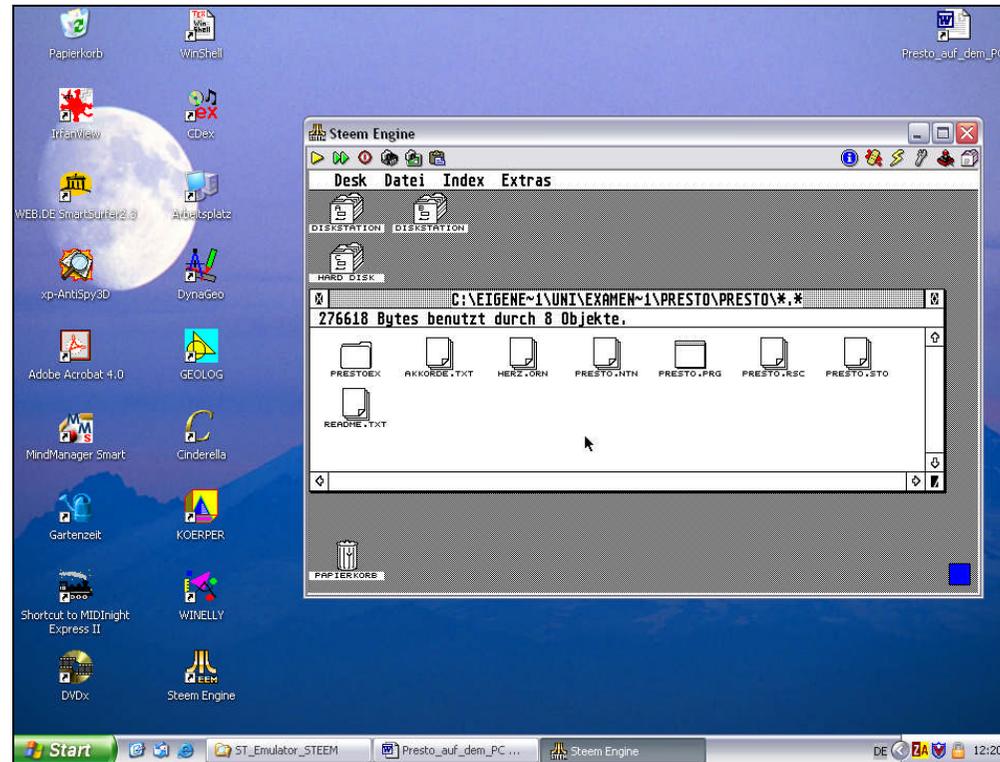
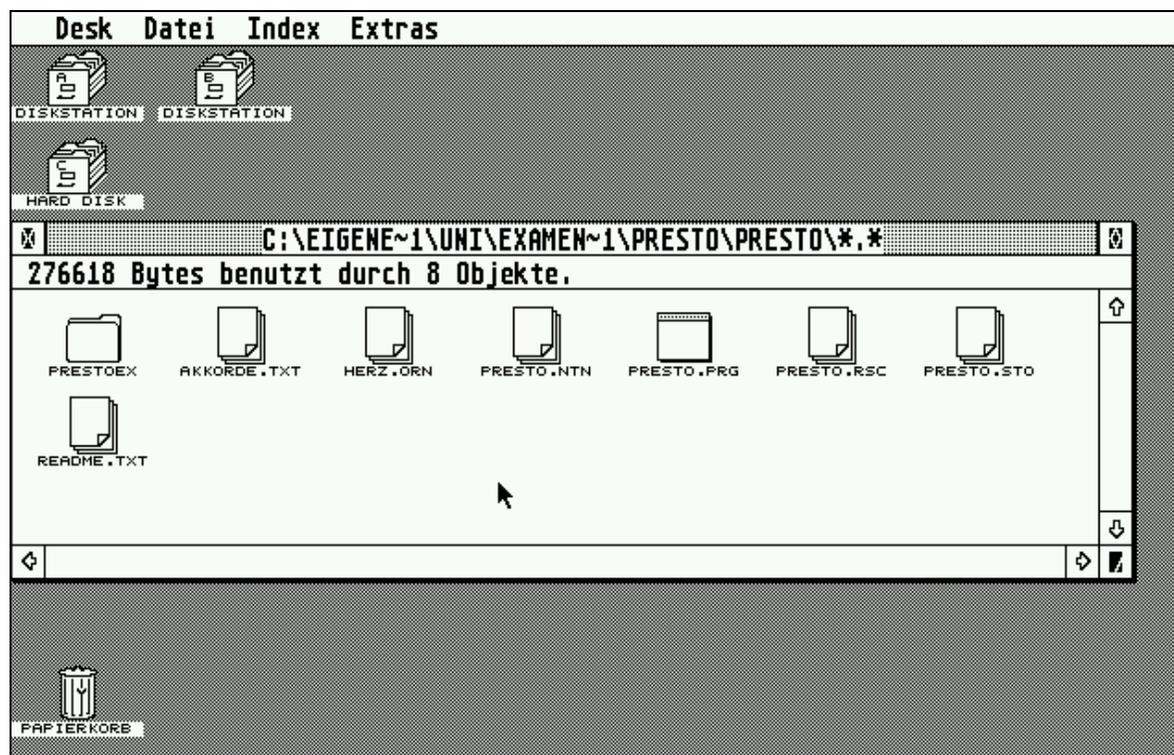


Abbildung 5 Atari ST Oberfläche in Windowsumgebung

Mit Hilfe eines Kameraicons lassen sich *Schnappschüsse* von dem aktuellen Status des ST (Abbildung 6) machen, dies ist sehr nützlich, um Bilder z.B. in Word einzubinden.



**Abbildung 6** Schnappschuss der Atari ST Oberfläche

Die mit „PRESTO“ erstellten MIDI-Dateien können außer auf dem Keyboard auch mittels MIDI-Player (Z. B. Windows Media Player) direkt mit der Soundkarte des PC's abgespielt werden.

Um PRESTO mit dem Emulator nutzen zu können, muss man im PC-Modus ein Laufwerk definieren, in welches man das Programm kopiert. Dann kann man es im Atari-Modus über das entsprechende Laufwerk ansteuern. Details hierzu findet man in der Anleitung zum Emulator. Nach dem Start von PRESTO kann man – dies wird zum Einarbeiten empfohlen – die mitgelieferten Dateien zu ersten Erkundungen nutzen. PRESTO-Dateien sind mit der Kennung .STO versehen.

[Zurück zum Start dieser Ergänzungen](#)