Berechnung der Konvergenz

Bei der konkreten Berechnung einer Iteration kann man beobachten, dass die Abweichung *dyw* gleich dem Negativen von *dyz* ist, allerdings einen Iterationsschritt später, d. h.:

Vermutung: $dyw_{(i+1)} = -dyz_{(i)}$.

Die Vermutung beweisen wir in zwei Schritten. Zunächst stellen wir den Zusammenhang her zwischen den Abweichungen am Auftreffpunkt und am Zielpunkt innerhalb desselben Iterationsschrittes und danach berechnen wir die Konvergenz von *dyz* (Abweichung am Zielpunkt) von einem Iterationsschritt zum nächsten.

Durch Einsetzen der Iterationsgleichungen (I-1) bis (I-4) in die (i + 1)-te Abweichung erhält man:

$$\begin{aligned} dyw_{(i+1)} &= y_W - f(x_W) = y_W - \left(a_{(i+1)} \cdot x_W^2 + b_{(i+1)} \cdot x_W + y_0\right) && \text{(nach (I-1))} \\ &= y_W - \left(a_{(i+1)} \cdot x_W^2 + \left(b_{(i)} + \frac{dyz_{(i+1)}}{x_Z}\right) \cdot x_W + y_0\right) && \text{(nach (I-4))} \\ &= y_W - \left(a_{(i+1)} \cdot x_W^2 + b_{(i)} \cdot x_W + y_0\right) - \frac{dyz_{(i+1)}}{x_Z} \cdot x_W && \text{(nach (I-2) und (I-1) ist } y_W \text{ gleich dem Ausdruck in der Klammer)} \end{aligned}$$

Also:

$$dyw_{(i+1)} = -dyz_{(i+1)} \cdot \frac{x_W}{x_Z} \qquad (K-1)$$

Die Konvergenz für die Abweichung *dyz* zeigt man ganz ähnlich:

$$\begin{aligned} dyz_{(i+1)} &= y_Z - f(x_Z) = y_Z - \left(a_{(i+1)} \cdot x_Z^2 + b_{(i)} \cdot x_Z + y_0\right) && \text{(nach (I-3))} \\ &= y_Z - \left(\left(a_{(i)} + \frac{dyw_{(i)}}{x_W^2}\right) \cdot x_Z^2 + b_{(i)} \cdot x_Z + y_0\right) && \text{(nach (I-2))} \\ &= y_Z - \left(a_{(i)} \cdot x_Z^2 + b_{(i)} \cdot x_Z + y_0\right) - \frac{dyw_{(i)}}{x_W^2} \cdot x_Z^2 && \text{(nach (I-3) und (I-4) ist } y_Z \text{ gleich dem Ausdruck in der Klammer)} \end{aligned}$$

Durch Ersetzen von $dyw_{(i)}$ mit Hilfe von $(K-1)$ erhält man:

$$dyz_{(i+1)} = dyz_{(i)} \cdot \frac{x_Z}{x_W} \qquad (K-2)$$

$(K-1)$ und $(K-2)$ zusammen ergeben den Beweis der Vermutung.