

### **Der Satz von Götz - Rauten: analytisch, synthetisch und symmetrisch!**

Während die vorige Entwicklungslinie naturgemäß nicht mehr weiterverfolgt werden konnte, entstanden aus einer anderen *Trouvaille* auch Impulse für die Klausur Zur selbständigen Anwendung des Brückenschlags zwischen der kongruenz- und der abbildungsgeometrischen Sicht gab es in der Probeklausur folgende

#### **Aufgabe**

In der Schule lernt man

- 1) Eine Raute ist ein gleichseitiges Viereck.
- 2) In einer Raute sind gegenüberliegende Winkel gleich groß.

Und 2) sollen Sie in folgender Situation nachweisen:

Seien  $A, B, C$  nicht kollinear,  $|AB| = |BC|$ . Spiegeln Sie  $B$  an  $g := AC$  und sei  $D := B' = S_g(B)$ .

- a) Zeigen Sie:  $ABCD$  ist eine Raute im Sinn von 1).
- b) Zeigen Sie:  $ABCD$  erfüllt 2).

Tipp: Bringen Sie dazu die Innenwinkel des Dreiecks  $ABC$  ( $\alpha$  bei  $A$ ,  $\beta$  bei  $B$ ,  $\gamma$  bei  $C$ ) ins Spiel.

Diese Aufgabe war als „narrensichere“ Anwendung des Basiswinkelsatzes bzw. der Spiege-  
lungsaxiome gedacht. Aber bekanntlich folgen nicht alle Lerner den vorgezeichneten We-  
gen ... in diesem Fall führte das zu einer Lösung, die weit mehr bewies, als der Verfasser  
für möglich hielt. Und wie verschiedentlich in der Geschichte der Mathematik war es auch  
hier der Studentin – Frau Götz – selbst nicht recht klar, was sie eigentlich gezeigt hatte –  
zumal es auch nicht besonders deutlich formuliert war. Aber in der Klausurvorbereitungs-  
stunde etablierte der Verfasser mit den Studierenden folgenden

**Satz (Götz)** Folgende Definition einer Raute  $ABCD$  sind äquivalent:

- a) (analytisch)  $ABCD$  ist gleichseitig.
- b) (synthetisch)  $ABC$  ist gleichschenkelig mit Basis  $AC$ , der Spiegelpunkt von  $B$  an  $AC$  ist  $D$ .
- c) (symmetrisch)  $ABCD$  hat 2 Symmetrieachsen, die Diagonalen sind.<sup>1</sup>

Man beachte: der Nachsatz in c) war nicht immer vorhanden – er entstand erst durch Aus-  
führung des Beweis, als **Monstersperre** i. S. von Lakatos (1979). Sieht der Leser das da-  
durch blockierte Gegenbeispiel?