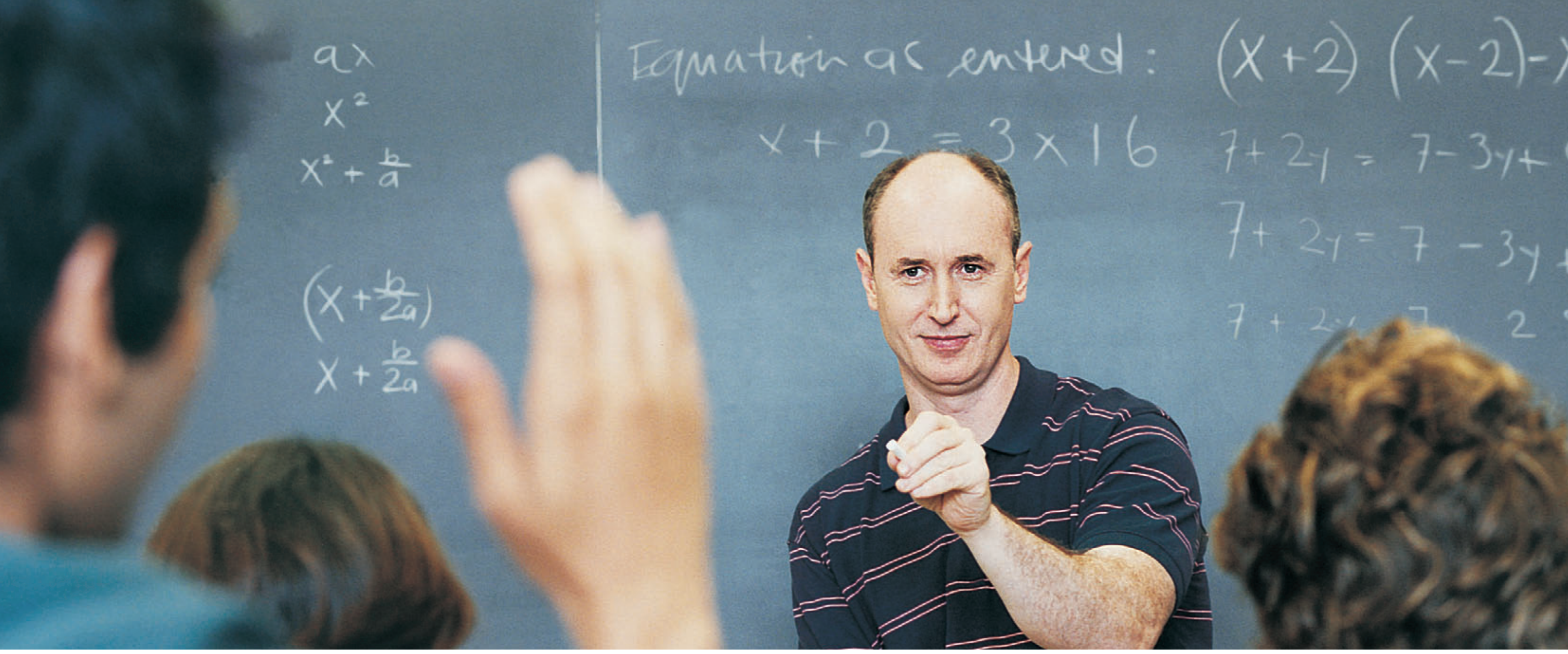
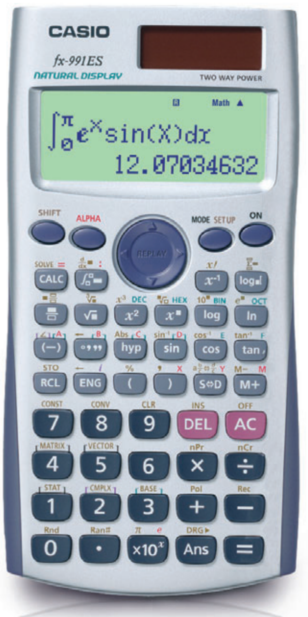


So werden Formeln ganz natürlich.

Casio bietet eine Serie neuartiger Rechner an, die mathematische Ausdrücke in natürlicher Schreibweise wie im Mathematikbuch darstellen.

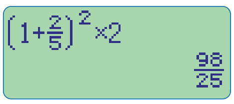


FX-991ES

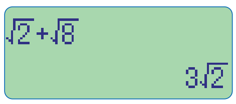
Gleich mit vier interessanten neuen Modellen ist Casio auf den Markt gekommen: Die technisch-wissenschaftlichen Taschenrechner ***FX-82ES, FX-85ES, FX-350ES*** und ***FX-991ES*** sind neue Entwicklungen, die zusätzliche Möglichkeiten bieten, Mathematik zu verstehen und anzuwenden.

In diesen Rechnern werden die Eigenschaften eines wissenschaftlichen Taschenrechners mit der mathematischen Schreibweise eines Mathematikbuchs verbunden. So sind die Ergebnisse leichter zu verstehen und das Verständnis für Mathematik wird erhöht.

Die ***natürliche Darstellung*** sorgt dafür, dass mathematische Ausdrücke denen aus Mathematikbüchern gleichen. D.h., es können als ***Eingabe und Ausgabe Ausdrücke wie beispielsweise Wurzeln oder Brüche*** angezeigt werden.



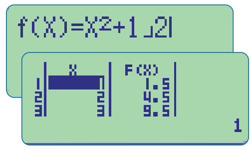
Irrationale Zahlen und Pi: Das Ergebnis des Ausdrucks √2 + 2√2 wird als 3√2 angezeigt; die Zahl Pi als π, was bedeutet, dass eine völlig neue Rechenroutine angewendet wird.



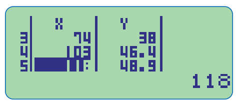
Die ***numerische Exponentialschreibweise*** wird, anders als bei anderen wissenschaftlichen Taschenrechnern, nicht mit dem Buchstaben „E" (z.B. 1E + 10) dargestellt, sondern die Anzeige wird in ***natürlicher mathematischer Schreibweise*** angezeigt, wie in Textbüchern ebenfalls üblich (z.B. 10^x).

Die Rechner besitzen zusätzlich eine Funktion zum Verifizieren von Gleichungen.

Eine ***integrierte Wertetabelle*** hilft beim numerischen Analysieren von Funktionen nach Trends. Für die Prozentrechnung wurde die Befehlsspezifikation überarbeitet, um Prozentrechnungen für den Einsatz im Unterricht anwendbarer zu machen.



Ein ***Editor für statistische Daten*** ermöglicht es, statistische Daten intuitiv einzugeben und zu bearbeiten. Der ***Matrix-/Vektor-Editor*** (nur im FX-991ES) unterstützt intuitiv bei der Eingabe und Bearbeitung von Matrix- und Vektordaten.



Beim ***Rechnen mit komplexen Zahlen wird die natürliche Form a + bi angezeigt*** (nur im FX-991ES), im Gegensatz zur üblichen Praxis, bei der getrennte Anzeigen benutzt werden, um ***a*** als real und ***b*** als imaginären Teil der Zahl zu beschreiben.

FX-82ES

Passend zu den ES-Taschenrechnern ist jetzt auch eine neue Overheadauflage OH-300ES verfügbar (Eigenschaften wie FX-82ES, FX-85ES und FX-350ES).

Mehr Informationen zu den aktuellen Casio-Rechnern erhalten Sie unter: *www.casio-europe.com/lehrersupport*

Herausgeber
des Thementeils
Bewusster Lernen
– Nachdenken über Mathematik
Sebastian Kuntze

Liebe Leserin, lieber Leser,
eigene Fragen an mathematische Inhalte stellen, den Dingen auf den Grund gehen, über Sinn, Bedeutung und persönliche mathematikbezogene Standpunkte diskutieren – das sind Schüleraktivitäten, die allgemeine Bildungsziele unterstützen und gleichzeitig den Aufbau flexibel anwendbaren Mathematik-Wissens fördern können.

Wie kann man mit Unterrichtsmaterialien Schülerinnen und Schüler zum Nachdenken über Mathematik anregen? Was kommt für die Lernenden und für den Unterricht dabei heraus? Dieses Heft gibt einige Antworten auf diese Fragen. Neben Tipps zum Reflektieren „im Kleinen" berichten wir über Unterrichtserfahrungen mit den Lernumgebungen Themenstudienarbeit, WebQuest und Fallstudie. Diese drei Unterrichtsmethoden haben gemeinsam, dass die Schülerinnen und Schüler eine Auswahl an Quellmaterialien und eine Aufgabenstellung zur Verfügung gestellt bekommen, mit denen sie angeregt werden, mathematische Inhalte zu reflektieren und über sie zu kommunizieren. Weil sie noch wenig bekannt ist, liegt ein Schwerpunkt des Hefts auf der Themenstudienarbeit.

Die hier vorgestellten Themen wie funktionale Abhängigkeit, Grenzwerte, Prozentrechnen oder stochastische Modellierungsfragen decken ein Erfahrungsspektrum von der 6. bis zur 13. Jahrgangsstufe ab. Wir wollen zeigen, was Schülerinnen und Schüler beim Reflektieren lernen können und wie wir es als Lehrerinnen und Lehrer schaffen, solche Lerngelegenheiten in unseren Unterricht einzubauen.

Ihr Sebastian Kuntze.

Ihre Service-Nummern im Friedrich Verlag
Abo-Service: (0511) 40004-151
Leserservice: (0511) 40004-150
www.friedrich-verlag.de

INHALT

Basisartikel

Unterrichtspraxis

Magazin

Mathe-Welt
SCHÜLER-ARBEITSHEFT

- Beispiele untersuchen
- Anwendungen erkunden
- Zusammenhänge darstellen

Bestell-Nr. 32999 Preis: 2 € (bei Einzelbestellung 2,50 €)

Bild: Aus „Per Anhalter durch die Galaxis“, auf DVD erhältlich, © Buena Vista

Seine Antwort 42 hat Kultstatus: Der Rechner Deep Thought sinniert über die Frage aller Fragen.

Also ich meine dazu …

Materialien und Lernumgebungen zum Nachdenken über Mathematik

Eigene Fragen stellen dürfen, über Inhalte diskutieren können – wie kann dies im Unterricht gelingen? Von einfachen Aufgabenstellungen bis hin zu ganzen Unterrichtssequenzen kann das Nachdenken über mathematische Inhalte angeregt werden. Dies unterstützt nicht nur den Lernprozess, sondern auch die Entwicklung einer Fragehaltung.

Sebastian Kuntze

Studienrat am Gisela-Gymnasium in München und tätig an der Ludwig-Maximilians-Universität München
E-Mail: kuntze@math.lmu.de

„Die beiden Rechtecke sind gleich!“, sagt Mara. „Nein“, entgegnet Stefan und zeigt auf die beiden Rechtecke an der Tafel, „das eine steht hochkant und das andere liegt doch. Sie haben nur die gleiche Fläche.“ „Ich habe mir überlegt, dass das zwar nicht die selben Rechtecke sind, aber dass sie doch die gleiche Form haben“, meint Nicole und Sarah sagt: „In Wirklichkeit können die Rechtecke gar nicht die gleiche Form haben, weil wir sie gar nicht so genau ausschneiden könnten, dass die Rechtecke noch unter dem Mikroskop genau aufeinander passen würden.“

Nachdenken über Mathematik kann spannend sein und Anlass zu kontroversen Gesprächen über die eigenen Vorstellungen bieten. Was bringen solche Diskussionen den Schülerinnen und Schülern? Zweifellos stellt die Förderung ihrer Entwicklung hin zu autonom reflektierenden, mündigen Lernenden ein allgemeines pädagogisches Ziel dar, das wir in einer entsprechenden Unterrichtskultur anstreben (vgl. Prediger, 2005).

Warum ist darüber hinaus gerade das inhaltsbezogene Nachdenken über Mathematik für nachhaltiges Lernen in diesem Fach wichtig? Unterrichtsforscher, Psychologen und Didaktiker sind sich weitgehend darin einig, dass sich der Aufbau flexibel einsetzbaren Wissens nicht durch eine reine Informationsweitergabe erreichen lässt. Lernen wird vielmehr als ein selbstständiger Konstruktionsprozess gesehen, als eine aktive Auseinandersetzung mit Inhalten in für den Lernenden relevanten Situationen.

Das neue Wissen wird dabei an bereits *vorhandene Vorstellungen angeknüpft*, *in mehreren Situationsbezügen als nutzbar erkannt* und sollte anschließend *unter vielfältigen Perspektiven betrachtet* werden können, um Übertragungsmöglichkeiten zu erschließen und das Wissen inhaltsübergreifend zu vernetzen. Diese drei Merkmale für ein individuelles „making sense“ der Lernenden spielen beispielsweise in gemäßigt-konstruktivistischen Modellvorstellungen von verständnisvollem Lernen eine zentrale Rolle (Reinmann-Rothmeier/ Mandl 2001; Klein/Oettinger 2000).

Ein verständnisvolles Lernen können wir also dadurch unterstützen, dass wir Gelegenheiten schaffen für

- ein erstes Verknüpfen neuer Inhalte mit bereits aufgebautem Wissen und einer Orientierung an intuitiven (Alltags-)Vorstellungen,
- eine solide Einbettung des neuen Wissens in abgegrenzte, möglichst authentische Situationsbezüge, Aufgabenstellungen und Anwendungen, sowie
- ein Anbieten und Einnehmen vielfältiger Perspektiven zu dem neuen Wissen mit dem Ziel, es in ein übergreifendes Begriffsnetz zu integrieren.

In diesem Sinne wollen wir Nachdenken über Mathematik verstehen und Vorschläge für Reflexionsanlässe im Mathematikunterricht machen.

Darüber nachdenken und darüber reden

Wenn Lernende über mathematische Inhalte kommunizieren sollen, müs-

1

Nachdenken über Mathematik – einige Bezugspunkte

Gegenstand und Inhalt
Nachdenken über mathematische Begriffe, Gegenstände und Inhalte

Was verstehst du unter den Begriffen „relative Häufigkeit“ und „Durchschnitt“?

Nachdenken über mathematische Methoden und Vorgehensweisen

Wie kannst du aus der relativen Häufigkeit eines Ereignisses möglichst gute Informationen über seine Auftretenswahrscheinlichkeit gewinnen? Beschreibe mit eigenen Worten.

Bedeutung und Sinn
Vernetzen mathematischer Begriffe und Methoden

Wo spielt der Begriff „Häufigkeit“ in der Mathematik eine Rolle? Findest du Gemeinsamkeiten / Unterschiede?

Wahrnehmen der Bezüge zur Lebenswelt

In welchen Alltagssituationen spricht man von Häufigkeit oder Wahrscheinlichkeit? Gibt es Unterschiede zu den mathematischen Fachwörtern?

Selbstreflexion
Wahrnehmen der eigenen Vorgehensweisen, Fähigkeiten und Einstellungen

Welche Aufgabe ist dir besonders leicht gefallen?
Wo hattest du beim Bearbeiten der Aufgabe Schwierigkeiten?
Welcher Lösungsweg gefällt dir am besten?

sen sie sich von den Inhalten ein erstes Bild machen und die zugrundeliegenden Begriffe und Konzepte erschließen. Für viele Schülerinnen und Schüler ist der mathematikbezogene Austausch auch ein Anlass, noch einmal gründlicher nachzudenken und eventuelle eigene Fehlvorstellungen zu korrigieren.

Dass wir als Lehrerinnen und Lehrer in unserem Unterricht darauf achten, unseren Schülerinnen und Schülern Gelegenheiten zum Reflektieren zu bieten, ist ganz im Sinne der Bildungsstandards. Zur Kompetenz *Kommunizieren* (vgl. KMK 2003) gehört nämlich

- das „sinnentnehmende Erfassen“ von mathematikhaltigen Texten, Grafiken und Abbildungen,
- das Bewerten von „Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten“, sowie insbesondere
- das Darstellen von diesbezüglichen Reflexionsergebnissen bis hin zu einem mündlichen und schriftlichen Präsentieren „komplexer mathematischer Sachverhalte“.

Das „darüber reden können“ oder das „mitreden können“ unterscheidet einen gebildeten Laien von einem unkundigen Außenstehenden. Hierin liegt der Wert von Reflexionswissen: Es betrifft die Bedeutung, Möglichkeiten und Grenzen fachspezifischer Begriffe und Methoden, auch im Hinblick auf ihre Anwendung. Solches Wissen ermöglicht es gerade, über ein Fach kommunizieren zu können (vgl. Peschek 2005; Fischer 2000, 2003), und im Sinne von Mündigkeit und Partizipation letztlich auch, Expertenwissen kompetent einschätzen zu können. Auf die Mathematik bezo-

2

Beispiele für Reflexionsanlässe „im Kleinen“

1. Ausgangspunkt Leserbrief

Fuhr vor einigen Jahren noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile „nur noch“ jeder fünfte. Doch auch fünf Prozent sind zu viele, und so wird weiterhin kontrolliert, und die Schnellfahrer haben zu zahlen.

Norderneyer Badezeitung, zitiert nach Der Spiegel 41/1991, S. 352

a *Schreibe auf, was dir zu dieser Zeitungsmeldung auffällt.*
b *Versuche, die Zeitungsmeldung neu zu schreiben. Schreibe außerdem einen begründeten Leserbrief an die Zeitung.*

2. Ausgangspunkt Reflektieren von Lösungswegen

Cindy und Joe möchten 10 000 € für drei Jahre anlegen. Sie überlegen, wie viel Geld sie ausbezahlt bekommen, wenn das Guthaben in jedem Jahr mit 4 % verzinst wird und die Zinsen am Ende eines jeden Jahres mitverzinst werden (Zinseszins).

Sven hat die Aufgabe so gelöst:

$$\underbrace{4\%}_{\text{1. Jahr}} + \underbrace{4\%}_{\text{2. Jahr}} + \underbrace{4\%}_{\text{3. Jahr}} = 12\%$$

12 % von 10 000 € : 1200 €

A: Sie bekommen 11 200 € ausbezahlt.

a *Was hältst du von Sven’s Lösung? Worin unterscheidet sie sich von deiner Lösung?*
b *Nastja ist mit Svens Lösung nicht einverstanden:*
Nastja: „Prozentzahlen kann man nicht einfach so zusammenzählen!“
Kai erwidert: „Doch! „Prozent“ kann ich beim Rechnen doch wie eine Benennung verwenden:
$4m + 4m = 8m$, also auch $4\% + 4\% = 8\%$!“

Haben Nastja und Kai beide Recht? Versuche, die Unstimmigkeit zwischen den beiden zu schlichten, indem du beiden erklärst, wann sie jeweils Recht haben und wann nicht. Suche jeweils nach Beispielen und überlege, wodurch sich diese Beispiele unterscheiden.