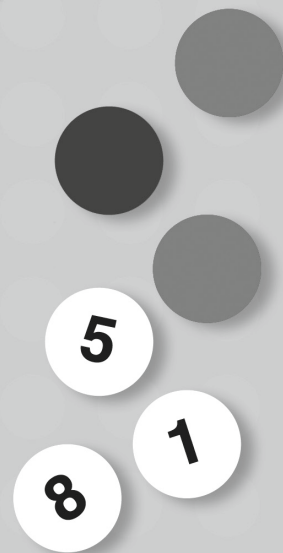
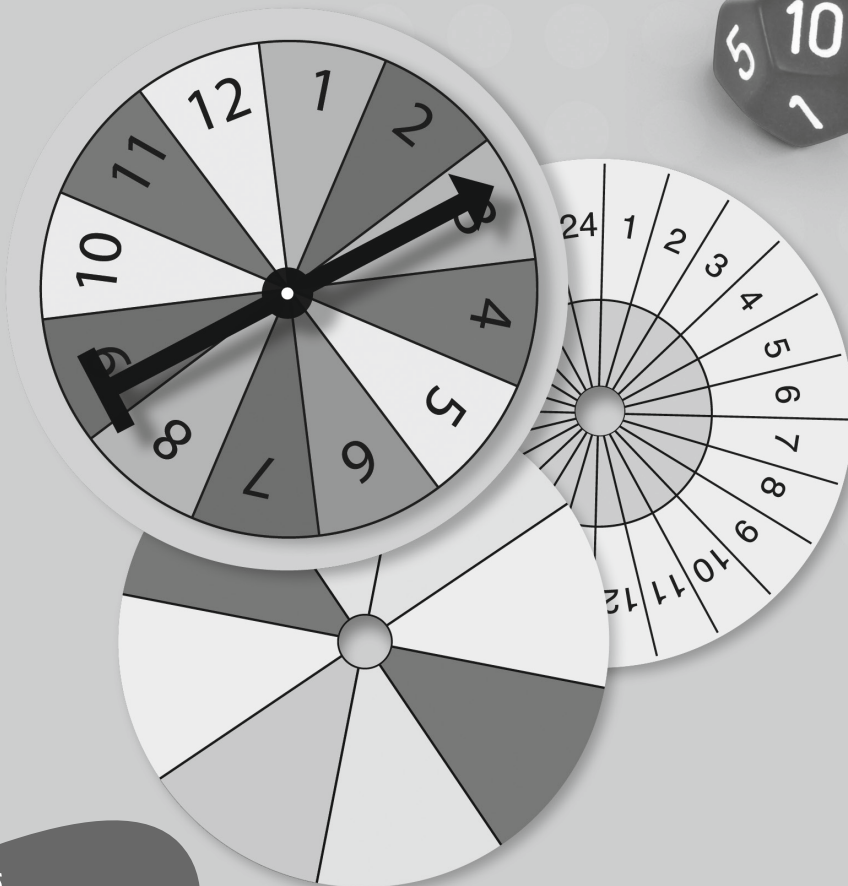


Die Wahrscheinlichkeits- Box Grundschule

GU DRUN HÄRING
SILKE RUWISCH

Lehrerbegleitheft



Zufallsversuche durchführen und
auswerten
Gewinnchancen einschätzen

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	2
Material – Übersicht	3
Zur Sache – Klärung ausgewählter Grundbegriffe	4
Bezug zu den Bildungsstandards/Angestrebte Kompetenzen	6
Didaktischer Kommentar	7
Anmerkungen zum Einsatz der Wahrscheinlichkeits-Box im Unterricht	8
Die „Spiele mit dem Zufall“	10
Aufgabenübersicht	15
Lösungen zu den Grundaufgaben	18
Lösungshinweise zu den Forscheraufgaben Karte 1–48	27
Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen	Anhang

Impressum

Die Wahrscheinlichkeits-Box Grundschule
Zufallsversuche durchführen und auswerten
Gewinnchancen einschätzen

© 2012 KALLMEYER LERNSPIELE
Friedrich Verlag GmbH
Luisenstraße 9
30159 Hannover

Autorinnen:
Gudrun Häring
Silke Ruwisch

Redaktion:
Julia Menz

Grafik:
Detlef Grove
Matthias Schiller

Druck:
LUDO FACT GmbH

Bestell-Nr.: 13382

www.kallmeyer-lernspiele.de

Vorbemerkungen

Der Zufall ist im Einzelfall nicht kalkulierbar. Auf lange Sicht hat er jedoch in gewissem Sinn Methode. Diese Einschätzung zu präzisieren gehört zu den Aufgaben einer Einführung in die Stochastik. (Hefendehl-Hebeker 2003)

Dieses Zitat fasst in zwei Sätzen sehr eindrucksvoll zusammen, welcher mathematischen Leitidee die Autorinnen bei der Konzeption der **Wahrscheinlichkeits-Box Grundschule** gefolgt sind; denn die fundamentale Idee, dass „zufällige Ereignisse“ auf lange Sicht kalkulierbar sind, weil ihnen mathematische Gesetzmäßigkeiten zugrundeliegen, kann schon in der Grundschule spielerisch und handlungsorientiert angeregt und erfahrbar gemacht werden.

Die vorliegende **Wahrscheinlichkeits-Box Grundschule** ist von den Autorinnen aus der Praxis für die Praxis entwickelt worden und eignet sich insbesondere für die Jahrgänge 2–4. Viele Aufgaben-/Problemstellungen waren im Entstehungsprozess auch Anlass für fachwissenschaftliche Diskussionen, da es den Autorinnen ein Anliegen ist, dass sämtliche Vereinfachungen, die für den Bereich der Grundschule sprachlich und inhaltlich vorgenommen wurden, nicht die notwendige fachwissenschaftliche Korrektheit vermissen lassen.

Die Konzeption der Aufgabenstellungen berücksichtigt Vorgaben der „Bildungsstandards für das Fach Mathematik“ und möchte die Lehrperson in ihrer unterrichtlichen Arbeit im Bereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ praxisorientiert unterstützen.

So findet die Lehrperson in der Box ein reichhaltiges Material-, Aufgaben- und Spielangebot für eine handlungsorientierte Auseinandersetzung mit diesem Themenbereich. Zudem wird das Material durch dieses Begleitheft ergänzt, in dem didaktisch-methodische Hinweise, Lösungen zu den Aufgabenstellungen und weitere Praxismaterialien zusammengefasst sind.

Die einzelnen Teilbereiche der **Wahrscheinlichkeits-Box Grundschule** können ergänzend zum eingeführten Lehrwerk oder auch ganz unabhängig davon eingesetzt werden. Auch der Einsatz von einzelnen Aufgabenstellungen über die angegebenen Jahrgangsstufen hinaus ist durchaus möglich.

Anzumerken ist schließlich, dass bei allen Aufgabenstellungen auch die Heterogenität der Lerngruppen durch ein durchgängiges Differenzierungssystem Berücksichtigung findet (Forscheraufgaben, Tippkarten).

So mag es Ihnen als Lehrperson auch mit Hilfe der Aufgabenideen der **Wahrscheinlichkeits-Box** gelingen, dass Ihre Schüler und Schülerinnen ...

- ... dem Zufall auf die Spur kommen.
- ... zufällige Ereignisse spielerisch erleben.
- ... mit Lernfreude Zufallsversuche durchführen und auswerten.
- ... Probleme mit dem „Zufall“ aufspüren, verstehen und lösen.
- ... Freude an mathematischen Gesprächen entwickeln.
- ... für den Unterschied zwischen Alltags- und Fachsprache sensibilisiert werden.
- ... lernen dem eigenen Denken zu vertrauen.

Viel Erfolg und spannende mathematische Entdeckungsreisen wünschen Ihnen

Gudrun Häring (Lehrerin und Fachseminarleiterin)
Silke Ruwisch (Professorin für Didaktik der Mathematik)

Material – Übersicht

Die **Wahrscheinlichkeits-Box Grundschule** enthält eine umfangreiche Aufgabensammlung auf den beiliegenden Karteikarten, Anregungen zum „Spielen mit dem Zufall“ in Form von Spielplänen und ergänzende Spielmaterialien (insbesondere auch unterschiedliche Zufallsgeräte) für die handlungsorientierte Durchführung von Zufallsversuchen.

Übersicht über den Inhalt der Wahrscheinlichkeits-Box

- 32 Karteikarten (beidseitig bedruckt), davon
 - 24 Karteikarten mit Aufgabenstellungen (geordnet nach Themenbereichen)
 - 8 Karteikarten mit Spielen zur Wahrscheinlichkeit und Spielanregungen zu den beigefügten Spielplänen
- 1 Spielplan (DIN A4): *Das Maulwurf-Spiel* und *Seerosen-Wetthüpfen*
- 1 Spielplan (DIN A3): *Wüstenwanderung* und *Das Bienen-Spiel*
- 40 Ereigniskarten erweiterbar durch Blankovorlagen (siehe Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen, S. 35–37)
- 2 Wahrscheinlichkeitsstreifen
- 4 Stoffbeutel
- weitere didaktische Spielmaterialien (u. a. Zufallsgeräte)
- 36 Socken (6 rote, 6 rotgestreifte, 6 blaue, 6 blauegestreifte, 6 grüne, 6 grüngestreifte)
- 2 Glücksräder mit 12 dazu passenden Glücksradscheiben (beidseitig bedruckt), erweiterbar durch Blankovorlagen (siehe Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen, S. 38–39)
- 32 Wendeplättchen (rot/blau)
- 60 Zahlenplättchen (3 x Zahlenplättchen von 1–20)
- 2 Farbwürfel (3 rote und 3 blaue Flächen)
- 2 Farbwürfel (4 rote und 2 blaue Flächen)
- 2 Spielwürfel 1–6
- 2 Spielwürfel 1–12
- 4 Spielfiguren (rot, blau, gelb, grün)

Zur Sache – Klärung ausgewählter Grundbegriffe

Da im Rahmen der unterrichtlichen Arbeit wesentliche Grundbegriffe im Bereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ geprägt und Fehlvorstellungen korrigiert werden sollen, ist es unerlässlich, als Lehrperson mit den grundlegenden Begriffen vertraut zu sein, um dann zu altersgemäßen Erklärungsmodellen im Unterricht zu gelangen. So mag folgende Zusammenstellung von Fachbegriffen und dazugehörigen Erläuterungen die Lehrperson über ausgewählte Begriffe informieren.

Stochastik

Stochastik ist ein Teilbereich der Mathematik, der sich mit der beschreibenden und beurteilenden Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung beschäftigt.

Stochastik bedient sich zudem z. B. im Rahmen von Zufallsversuchen kombinatorischer Zählstrategien. So findet man in der Fachliteratur zahlreiche Autoren, die den Bereich der Kombinatorik als eng mit der Stochastik verknüpft verstehen, oder gar als Teilbereich der Stochastik auffassen.

Die Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, als Teilbereich der Stochastik, ist die Untersuchung von Vorgängen mit zufälligen Ausgängen.

Nicht nur bei Glücksspielen, sondern auch bei vielen wirtschafts- oder sozialwissenschaftlichen oder naturwissenschaftlichen Erscheinungen, Prognosen und Planungen sind Ereignisse von Zufällen abhängig. So hat die gesellschaftliche Bedeutung der „Stochastik“, als Teilbereich der Mathematik, in den zurückliegenden Jahren stetig zugenommen.

Wahrscheinlichkeit

Die Verwendung des Begriffes „Wahrscheinlichkeit“ steht immer in engem Zusammenhang mit ausgewählten Ereignissen, die unter bestimmten Bedingungen eintreten können, aber nicht eintreten müssen. Bei solchen zufälligen Ereignissen wird davon ausgegangen, dass grundsätzlich mehrere Ausgänge eines beliebigen Experimentes möglich sind.

Die Wahrscheinlichkeit ist dann der Grad der Sicherheit, mit dem ein Ereignis eintreten wird. Sie wird beschrieben durch das Verhältnis der günstigen Ausgänge zur Anzahl aller möglichen Ausgänge des entsprechenden Zufallsexperimentes und liegt zwischen 0 und 1.

Eintrittswahrscheinlichkeit

Tritt ein Ereignis auf jeden Fall ein, wird es als **sicher** bezeichnet.

Tritt ein Ereignis nie ein, spricht man von einem **unmöglichen** Ereignis.

Schließlich ist ein Ereignis **möglich**, wenn es eintreten kann, man aber das Eintreten nicht sicher vorhersehen kann.

Je häufiger ein Ereignis eintritt, desto höher ist die Eintrittswahrscheinlichkeit. Sie liegt immer zwischen 0 (unmögliches Ereignis) und 1 (sicheres Ereignis).

Die Wahrscheinlichkeitskala (Wahrscheinlichkeitsstreifen)

Der Wahrscheinlichkeitsstreifen ist ein Hilfsmittel, um bewertende Aussagen zur Wahrscheinlichkeit zufälliger Ereignisse schon im Grundschulbereich zu ermöglichen.

Auch ohne die Angabe von Zahlenwerten zwischen 0 und 1 können die Schülerinnen und Schüler durch das Markieren eines Punktes auf der Skala Aussagen zur Wahrscheinlichkeit eines zufälligen Ereignisses machen oder auch die Wahrscheinlichkeit von mehreren Zufallsereignissen miteinander vergleichen.

Zum Markieren von Punkten auf der Skala werden bei den Aufgabenstellungen Buntstifte oder Zahlenplättchen verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen beim Vergleichen zunehmend auch quantitative Aussagen wie z. B.:

„Auf dem Würfel sind 4 von 6 Flächen rot und 2 von 6 Flächen blau.“

„Wenn ich einmal würfle, ist die Wahrscheinlichkeit höher Rot zu würfeln als Blau.“

Zufallsexperiment

Ein Zufallsexperiment ist ein Experiment mit folgenden Eigenschaften:

- Es gibt mindestens zwei mögliche Ergebnisse des entsprechenden Vorganges.
- Das Eintreten eines Ergebnisses ist nicht vorhersagbar.
- Es ist unter gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholbar.

Es gibt ein- oder mehrstufige Zufallsexperimente. Zufallsexperimente, die in mehreren Schritten oder Stufen ablaufen, werden als mehrstufige Zufallsexperimente bezeichnet.

Beispiel: Eine Münze wird dreimal nacheinander geworfen.

Ergebnismenge oder Ergebnisraum

Alle möglichen Ausgänge eines Zufallsexperimentes werden als Ergebnisse bezeichnet, alle Ergebnisse zusammen als Ergebnismenge bzw. Ergebnisraum beschrieben.

Beispiel: Beim gleichzeitigen Werfen von zwei Wendeplättchen (rot/blau) können vier Ergebnisse auftreten:

	Ergebnisse			
	1	2	3	4
Plättchen 1	rot	rot	blau	blau
Plättchen 2	blau	rot	blau	rot

Ereignis

Ereignisse sind von Ergebnissen abzugrenzen, denn ein Ereignis kann aus einem oder mehreren Ergebnissen zusammengesetzt sein.

Im Rahmen eines Zufallsexperimentes sagt man: Ein Ereignis tritt ein, wenn der Ausgang die vorgegebenen Bedingungen erfüllt.

Betrachtet man noch einmal die Wendeplättchen, so können z. B. folgende drei Ereignisse definiert werden:

Ereignis A: beide Plättchen rot

Ereignis B: beide Plättchen blau

Ereignis C: beide Plättchen verschiedenfarbig

Somit erfüllt sowohl das Ergebnis 1 als auch das Ergebnis 4 die Bedingungen des Ereignisses C.

Elementarereignis

Diejenigen Ereignisse, die jeweils nur genau ein Ergebnis als Element enthalten, heißen Elementarereignisse.

Gegenergebnis

Das Gegenereignis zu einem Ereignis umfasst **all** die Ergebnisse eines Ergebnisraumes, die nicht zum Ereignis gehören.

Beispiel: Beim Würfeln mit einem Spielwürfel wird als Ereignis „gerade Zahl“ definiert.

So ist „ungerade Zahl“ dazu das Gegenereignis.

Laplace-Wahrscheinlichkeit

Von einer Laplace-Wahrscheinlichkeit spricht man dann, wenn alle möglichen Ergebnisse bei einem Zufallsexperiment gleichberechtigt sind, d. h., wenn die jeweiligen Elementarereignisse mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Werfe ich z. B. nur ein einziges Wendeplättchen (rot/blau), so ist die Wahrscheinlichkeit für das Elementarereignis rot bzw. blau jeweils 1/2.

Anders wäre dies z. B. beim Werfen einer Spielfigur, da die beiden möglichen Ergebnisse „stehend“ und „auf der Seite liegend“ nicht mit gleicher Häufigkeit auftreten.

Häufigkeit (absolute / relative)

Führt man Zufallsversuche sehr oft durch, so kann man die Häufigkeit ausgewählter Ereignisse bestimmen. Zur Dokumentation solcher Zufallsversuche werden insbesondere auch Strichlisten als geeignete Darstellungsform verwendet. Hierbei ist die absolute von der relativen Häufigkeit zu unterscheiden.

Wiederholt man dasselbe Zufallsexperiment n -mal und tritt dabei ein Ereignis k -mal ein, so nennt man die Zahl k **absolute Häufigkeit** und den Anteil k/n **relative Häufigkeit** des Ereignisses.

Beispiel: Ich werfe 20-mal ein Wendeplättchen. 8-mal liegt rot oben, 12-mal liegt blau oben.

So ergibt sich durch $k=8$ die absolute Häufigkeit und als relative Häufigkeit mit 8 von 20 Würfeln, $8/20$ bzw. 40 %.

Gesetz der großen Zahlen

Wird ein Zufallsversuch nur wenige Male durchgeführt, so weicht die relative Häufigkeit teilweise stark von der rechnerisch erwarteten Wahrscheinlichkeit ab. So ist zu empfehlen, dem „Gesetz der großen Zahlen“ folgend, einen Zufallsversuch möglichst häufig zu wiederholen. Dann nähert sich die „relative Häufigkeit“ eines Ereignisses immer weiter dem rechnerischen Wert an. Man spricht dann auch davon, dass sich die relative Häufigkeit mit zunehmender Anzahl von Zufallsversuchen „stabilisiert“.

Systematische Zählstrategien (Kombinatorik)

Kombinatorik beschäftigt sich mit der Bestimmung einer möglichen Anzahl von Anordnungen, Kombinationen oder Auswahlen

- von unterscheidbaren bzw. nicht unterscheidbaren Objekten.
- mit bzw. ohne Beachtung der Reihenfolge.

Die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten hängt davon ab,

- ob die Elemente zurückgelegt werden oder nicht (Wiederholung von Elementen),
- ob die Reihenfolge der Elemente beachtet wird,
- mehr Elemente als Plätze zur Verfügung stehen.

Im Kontext von Zufallsversuchen werden kombinatorische Zählstrategien oft dazu verwendet, alle möglichen Ergebnisse und die dazugehörigen Ereignisse eines Zufallsversuches systematisch zu bestimmen.

Bezug zu den Bildungsstandards / Angestrebte Kompetenzen

In den Bildungsstandards werden für den inhaltsbezogenen Kompetenzbereich „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ folgende Standards formuliert, die bei der Konzeption der Aufgabenstellungen für die Wahrscheinlichkeits-Box beachtet wurden. Der Bereich „Daten erfassen und darstellen“ wird hier mit aufgenommen, da zahlreiche Aufgabenstellungen im Bereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ auch den Umgang mit Daten erfordern, der jedoch in den Aufgabenstellungen der **Wahrscheinlichkeits-Box** nicht explizit behandelt wird.

Die eher allgemein formulierten Kompetenzerwartungen lassen sich mit dem Blick auf die in der **Wahrscheinlichkeits-Box** zusammengefassten Aufgaben/Arbeitsmaterialien durch folgende Leitideen konkretisieren:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- kennen Grundbegriffe (z. B. sicher, unmöglich, möglich (wahrscheinlich)), verwenden sie fachgerecht und sind sich der abweichenden Bedeutung dieser Begriffe im alltäglichen Sprachgebrauch bewusst.
- finden in ihrer Lebensumwelt zufällige Vorgänge/Ereignisse und beurteilen sie mit den Begriffen „möglich“, „sicher“ oder „unmöglich“.
- wissen, dass es Ereignisse gibt, die vorhersehbar sind und unterscheiden diese von nicht vorhersehbaren (zufälligen) Ereignissen.

3.5 Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Daten erfassen

- in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen.

Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

- aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen.
- Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)
- Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen.

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Klasse 4), Beschluss der KMK vom 15. 10. 2004, S. 11

- erkennen, dass das wesentliche Merkmal zufälliger Ereignisse die Ungewissheit des Eintretens einzelner Ergebnisse ist.
- stellen Fragen, die mithilfe von Daten beantwortet werden können.
- sammeln Erfahrungen im Erheben und Aufbereiten von Daten mit Strichlisten und Tabellen zur Ermittlung der Häufigkeitsverteilung.
- entnehmen Informationen aus einfachen Tabellen und anderen Darstellungsformen.
- vergleichen die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen auf der Grundlage von Daten, Erfahrungen oder Zufallsexperimenten und geben dazu qualitative Einschätzungen ab.
- können einfache Zufallsexperimente planen, durchführen und auswerten und nutzen solche Versuchsreihen, um die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen einzuschätzen.
- stellen Vermutungen über die Eintrittswahrscheinlichkeit von Ereignissen an, begründen sie altersgemäß und verwenden zur Veranschaulichung ihrer Einschätzungen den Wahrscheinlichkeitsstreifen.
- nutzen die Bewertung des Verhältnisses zwischen allen günstigen und allen möglichen Fällen bei Zufallsversuchen zur Einschätzung z. B. von Gewinnchancen/Wahrscheinlichkeiten.
- erkennen den Zusammenhang zwischen geometrischen Eigenschaften (insbesondere beim Würfel) und der erwarteten Gleichwahrscheinlichkeit von Ereignissen.
- können im Zusammenhang mit „Urnenziehungen“ (z. B. Beutel mit Socken) aufgrund von dokumentierten Ziehungen Vermutungen über den Inhalt der Urnen anstellen und begründen.
- sammeln Erfahrungen mit Spielen, die vom Zufall geleitet sind, und schätzen Gewinnchancen ein.
- nutzen ihr Wissen über die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen, um z. B. in Spielsituationen Gewinnchancen abzuwägen und daraus strategische Spielentscheidungen abzuleiten.
- erkennen, dass sich mit steigender Anzahl von durchgeführten Zufallsversuchen die ermittelte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses der vermuteten Wahrscheinlichkeit immer weiter annähert (Gesetz der großen Zahlen).

Didaktischer Kommentar

Angesichts der aktuellen Bedeutung statistischer Erhebungen, z. B. im Rahmen von Prognosen in verschiedenen gesellschaftlichen Kontexten, wundert es nicht, dass die Bildungsstandards 2004 den Teilbereich „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ für den Mathematikunterricht explizit als inhaltsbezogenen Kompetenzbereich nicht nur für die weiterführenden Schulen, sondern auch für die Grundschule aufgenommen haben. Dadurch wird die Relevanz dieses im Unterricht oft vernachlässigten Themengebietes stärker betont als früher.

Die Arbeit in der Grundschule im Inhaltsbereich „Wahrscheinlichkeit“ intendiert vorrangig den Abbau eher subjektiver und emotional geprägter Einschätzungen zufälliger Ereignisse. Es geht primär um das Mathematisieren von Phänomenen aus der alltäglichen Lebenswelt der Kinder. Durch handlungsorientierte Auseinandersetzungen mit zufälligen Ereignissen und durch Beobachtung und Interpretation einfacher Zufallsexperimente, sollen die Schülerinnen und Schüler im Verlauf der Grundschulzeit möglichst fachgerechte Vorstellungen von zufälligen Ereignissen gewinnen, allmählich individuell geprägte Vorstellungen in diesem Bereich präzisieren/korrigieren sowie grundlegende Begriffe in diesem Bereich erwerben, die in der Sekundarstufe im Sinne eines Spiralcurriculums weiterentwickelt werden. Genügend Raum sollte hier das Aufgreifen und behutsame Korrigieren von Fehlvorstellungen einnehmen.

Es soll noch einmal betont werden, dass es weniger um das Berechnen von Eintrittswahrscheinlichkeiten oder um das Erarbeiten von Formalismen geht, sondern vielmehr das Anbahnen grundlegender Vorstellungen und der Erwerb erster Fachbegriffe durch umfassende Spiel- und Handlungserfahrungen im Vordergrund stehen.

Die Schülerinnen und Schüler bringen zwar intuitive Vorstellungen und Vorerfahrungen im Bereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ mit, aber diese sind häufig durch subjektives Erleben im Alltag geprägt. Wir verwenden im alltäglichen Sprachgebrauch Begriffe wie „unmöglich“, „wahrscheinlich“ oder „sicher“. Jedoch weicht die umgangssprachliche Bedeutung dieser Begriffe häufig von der mathematischen Bedeutung ab (siehe Seite 8 oben).

Zufällig habe ich ein Foto von meiner Tochter dabei.

Wahrscheinlich gehe ich morgen ins Schwimmbad.

Das ist ja wohl unmöglich, dass du mir nicht Bescheid gesagt hast.

Hallo Lisa, ich bin gerade nur ganz zufällig hier vorbeigekommen.

Meine Tante geht wahrscheinlich am Wochenende mit mir ins Kino.

Ich bin nicht sicher, ob ich die Prüfung geschafft habe.

Sicher gewinnen wir morgen das Fußballspiel gegen unsere Nachbarklasse.

Zufällige Ereignisse?

Diese oder ähnliche Formulierungen machen zwar zum Teil Aussagen über die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses, fokussiert auf einen einzelnen Vorgang, sie sind jedoch nicht beispielhaft für Aussagen über zufällige Ereignisse und ihre Eintrittswahrscheinlichkeit im mathematischen Sinne.

Der Blick im Alltagsgeschehen ist oft auf wenige oder sogar einzelne Ereignisse gerichtet, die in keiner Weise als repräsentativ für die „Eintrittswahrscheinlichkeit“ sind. Wenn wir im Verlauf der Grundschulzeit den Schülerinnen und Schülern diese Diskrepanz zwischen Alltagssprache und Fachsprache bewusst werden lassen können und insbesondere die Begriffe „möglich/wahrscheinlich“, „unmöglich“ und „sicher“ in ihrer mathematischen Prägung verdeutlichen können, ist ein wesentlicher Schritt zu einer tragfähigen Vorstellung von „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ erreicht.

Für das frühzeitige Aufgreifen des Themenbereiches „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ sprechen zusammengefasst u. a. folgende Gründe:

- Die Schülerinnen und Schüler begegnen in ihrem täglichen Leben schon früh stochastischen Erscheinungen (statistische Daten, Wahrscheinlichkeitsaussagen, Spiele mit Zufallsgeneratoren u. a.).

- Einfache Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit können besonders gut über spielerische Handlungen oder im Rahmen von einfachen Zufallsversuchen angebahnt und so wichtige Grundvorstellungen erworben werden.
- Die Entwicklung eines tragfähigen Wahrscheinlichkeitsbegriffes ist ein langer Prozess und sollte insofern im Sinne eines Spiralcurriculums über alle Schuljahre hinweg jeweils altersgemäß erarbeitet und erweitert werden.
- Die propädeutische Arbeit in der Grundschule kann möglichen Fehlvorstellungen behutsam entgegenwirken.
- Der Erwerb fundierter Datenkompetenz sowie stochastischer Denkweisen ist als fundamentales Ziel mathematischer Bildung anzusehen, das, wie auch andere Themenbereiche, eine propädeutische Arbeit in der Grundschule erwartet.
- Im Bereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ können lebensnahe Aufgabenstellungen besondere Lernfreude wecken.
- Die Beschäftigung mit stochastischen Inhalten dient zugleich dem Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen (Problemlösestrategien, Erkennen von Mustern, Analogiebildung, ...).
- Der Themenbereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ ist von hoher lebenspraktischer Relevanz (z. B. Einschätzung von Risiken, kritischer Umgang mit Datenmanipulation im Bereich der Meinungsbildung).

Ferner sollte die Lehrperson u. a. folgende didaktische Grundgedanken im Unterricht berücksichtigen:

- Individuelle (teils subjektiv gefärbte) Alltagsvorstellungen der Schülerinnen und Schüler ernst nehmen und bewusst machen, denn sie bilden den Ausgangspunkt der unterrichtlichen Arbeit.
- Handlungsorientierte Zugänge ermöglichen (z. B. durch die Durchführung von Zufallsexperimenten).
- Reflektierende Gespräche über Alltagserfahrungen, durchgeführte Zufallsexperimente oder Spielverläufe schaffen eine ritualisierte Unterrichtskultur des Kommunizierens und Argumentierens.
- Kultur des Vermutens entwickeln, verschiedene Lösungswege zulassen.
- Integrative Momente zu anderen Kompetenzbereichen nutzen, sodass der Bereich „Daten und Zufall“ nicht als isoliertes Stoffgebiet erlebt wird.

Anmerkungen zum Einsatz der Wahrscheinlichkeits-Box im Unterricht

Grundlegende Einsatzmöglichkeiten in der Unterrichtspraxis

Die Wahrscheinlichkeits-Box für die Grundschule ist so konzipiert, dass sie in der Unterrichtspraxis möglichst vielfältig verwendet werden kann.

Sie bietet eine umfangreiche Lernumgebung ergänzend zum eingeführten Lehrwerk oder kann genauso als eigenständiges Material in den Bereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ einführen. Die Lehrperson findet in diesem Material-/Aufgabenangebot eine Vielzahl handlungsorientierter und motivierender Problemstellungen.

Insbesondere werden auch umfassende spielerische Erfahrungen durch die angebotenen Aufgabenstellungen ermöglicht.

Die Aufgabenstellungen auf den Karteikarten 1–48 bieten einen weitgehend systematischen Aufbau von Kompetenzen im Bereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ für Schülerinnen und Schüler der Klassen 2–4. Sie sind farblich und damit auch inhaltlich gruppiert (siehe S. 14), sodass einzelne Themenbereiche auch unabhängig voneinander sowie in geänderter Reihenfolge bearbeitet werden können.

Diese Karteikarten werden durch Spielanregungen (auf den Karteikarten 49–64) bzw. vier weitere Spiele (Spielpläne) ergänzt, die auf der Grundlage der Erfahrungen mit den Aufgaben der Kartei, aber auch getrennt davon lernwirksame Anlässe bieten, sich spielerisch mit „Gewinnchancen“ „Wahrscheinlichkeiten zufälliger Ereignisse“ auseinanderzusetzen.

So ergeben sich diese Einsatzbereiche in der Unterrichtspraxis:

- Als Basismaterial zur systematischen Einführung in den inhaltsbezogenen Kompetenzbereich „Zufall und Wahrscheinlichkeit“
- Als Aufgabenpool im Rahmen der Arbeit mit Wochenplänen/für die Arbeit an Stationen
- Als ergänzendes Material zur Differenzierung
- Als Freiarbeitsmaterial oder Material für die „Mathematikwerkstatt“
- Als Ergänzung zum Lehrwerk
- Insbesondere die Spielpläne eignen sich auch für den Förderunterricht in Kleingruppen

Materialien

Um eine möglichst handlungsorientierte Arbeit am Thema zu ermöglichen, findet die Lehrperson in der Box ergänzende Materialien. Diese Materialien werden für die Bearbeitung einzelner Aufgaben auf den Karteikarten sowie für die angeregten Spiele benötigt. Ein Hinweis auf die Materialien erfolgt jeweils unter der Überschrift auf den Karteikarten.

Darüber hinaus bieten die Materialien (insbesondere die Ereigniskarten und die unterschiedlichen Zufallsgeräte)

vielfältige Einsatzmöglichkeiten über die dargestellten Aufgaben hinaus (siehe auch Blankovorlagen unter Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen, S. 35 ff.)

Qualitative Differenzierung auf den Aufgabenkarten (Karten 1–48)

Um unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und Begabungen gerecht zu werden, bietet jede Karteikarte den Kindern ein differenziertes Lernangebot.

16 Sockenmathematik – Spielchancen vergleichen

Ihr braucht: 2-mal Zahlenplättchen von 1-5, 2 Wahrscheinlichkeitsstreifen

Gestreift gewinnt!
Ordnet die Beutel 1 bis 5 nach der Wahrscheinlichkeit eine gestreifte Socke zu ziehen.

Legt dazu Zahlenplättchen von 1 bis 5 an den Wahrscheinlichkeitsstreifen und vergleicht eure Vermutungen miteinander.

unmöglich ← 1 → 2 → 3 → 4 → 5 → sicher
wahrscheinlich (möglich)

Ihr zieht aus Beutel 1 nacheinander 3 Socken ohne sie wieder zurückzulegen. Ist es sicher, dass mindestens 2 davon gleich aussehen? Begründet eure Meinung.

Rettungsring (oben rechts): Eine Vielzahl der Karten verweisen durch das Symbol eines Rettungsringes auf eine Tippkarte. Alle Tippkarten sind als Kopiervorlage dem Lehrerbegleitheft beigelegt (siehe S. 31 ff.) und können so den Schülerinnen und Schülern bei Bedarf zur Verfügung gestellt werden.

Forschersymbol (Lupe): Auf jeder Karteikarte finden die Kinder neben dem eigentlichen Aufgabenangebot eine weiterführende Forscheraufgabe, die von besonders zügig arbeitenden und mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden kann. Diese steht immer in engem inhaltlichen Kontext zu der eigentlichen Aufgabenstellung der entsprechenden Karteikarte.

Zudem werden durch **unterschiedliche Sozialformen** (Spielfiguren oben rechts) auch partnerschaftlicher Austausch und kooperative Arbeitsformen beim Bearbeiten der Aufgabenkarten gezielt angeregt.



Einzelarbeit



Partnerarbeit



Gruppenarbeit

Differenzierung im Rahmen der Spielanregungen (Karten 49–64)

Im Zusammenhang mit den angebotenen Spielanregungen finden die Schülerinnen und Schüler zu jedem Spiel auf der entsprechenden Karteikarte die grundlegenden Spielregeln, um sich die Spielweise des jeweiligen Spiels zu erschließen und beim Spielen erste Spielerfahrungen zu sammeln.

Weiterführend und vertiefend werden für jedes Spiel **Spielideen** sowie **Forscherfragen** angeboten, die im Rahmen von

differenzierenden Maßnahmen individuell eingesetzt werden oder auch im Rahmen von Gruppenarbeit arbeitsteilig bearbeitet werden können.

Anregungen zur Dokumentation der Lernwege/ Lernergebnisse

Alle Aufgabenstellungen sind so konzipiert, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungen individuell gestalten können. Als Möglichkeiten bieten sich hier an:

- Dokumentation der Lösungen im Rechenheft
- Anlegen eines Schnellhefters oder eines Lerntagebuchs zum Thema „Zufall und Wahrscheinlichkeit“, sodass die Schülerinnen und Schüler alle Dokumente zum Thema übersichtlich sammeln können.

Bei einzelnen Aufgabenstellungen, die anspruchsvolle Darstellungsformen erwarten, werden im Anhang dieses Begleitheftes Kopiervorlagen (Tabellen zum Eintragen von Ergebnissen, Blankovorlagen für Glücksräder ...) angeboten, die in der Unterrichtspraxis unterstützend bereitgelegt werden können (siehe Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen, S. 34 ff.).

Anlegen eines Wortspeichers/ Wortplakates

Begleitend zur Arbeit zum Thema „Zufall und Wahrscheinlichkeit“ sollte die Lehrperson gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern wichtige eingeführte Begriffe im Sinne eines „Wortspeichers“ oder „Mathematiklexikons“ sammeln. Diese wichtigen Begriffe können im Heft auf einer Extraseite zusammengefasst oder aber als Wortplakat in der Klasse präsentiert werden.

So werden die Schülerinnen und Schüler kontinuierlich zur Verwendung präziser Fachsprache angeregt. Auf solch einem Wortplakat können nicht nur Fachbegriffe, sondern auch häufig verwendete Satzanfänge für Schülerinnen und Schüler mit sprachlichen Schwierigkeiten angeboten werden.

Materialgestützte Einführungssituationen gestalten

Die Materialien der Wahrscheinlichkeits-Box und ergänzende Kopiervorlagen im Begleitheft ermöglichen der Lehrperson, materialgestützte Einführungssituationen im Klassenverband vorzubereiten. In diesem Zusammenhang ist auf die Notwendigkeit zu verweisen, die Lerngruppe in den fachgerechten Umgang mit dem Wahrscheinlichkeitsstreifen einzuführen.

Mathematische Gespräche vertiefen den Lernzuwachs

Die Arbeitsmaterialien ermöglichen auch die individuelle Auseinandersetzung mit den Problemstellungen und intendieren dies durchaus bewusst. Trotzdem sollte übergeordneten Gesprächsphasen im Klassenverband oder in Kleingruppen, in denen ausgewählte Lerninhalte kommuniziert und reflektiert werden, genügend Raum gegeben werden:

- Präsentieren von Lern-/Lösungswegen und Ergebnissen
- Zusammenfassen von wichtigen Lernergebnissen
- ermutigende oder bestätigende Rückmeldung über Lernprozesse

Die „Spiele mit dem Zufall“

Auch wenn die Karteikarten zu allen Spielen die selbstständige Erarbeitung der Spielregeln ermöglichen, ist die Einführung des jeweiligen Spieles im Klassenverband sicherlich motivierender, und erleichtert insbesondere jüngeren Schülern und Schülerinnen den Einstieg in die Arbeit.

Hierzu findet der Leser im Materialteil des Begleitheftes eine Kopiervorlage des jeweiligen Spielplans, der je nach Bedarf auch vergrößert werden kann (siehe Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen, S. 44 ff.).

Alternativ dazu kann die künstlerisch versierte Lehrperson den jeweiligen Spielplan auch an der Tafel skizzieren. Als Spielfiguren eignen sich dabei besonders gut farbige Magnete.

Nach der Einführung eines Spiels sollte den Kindern genügend Zeit für die Erprobung, für das Sammeln von Spielerfahrungen und für die Bearbeitung der Aufgabenstellungen auf den Karteikarten zur Verfügung stehen.

Im Anschluss an die Phase der Spielerprobung und die etwaige Bearbeitung der auf den Karten angebotenen Aufgabenstellungen, ist das Gespräch über die Erfahrungen mit dem Spiel und die dabei gewonnenen Erkenntnisse unerlässlich.

Karten 49–52 : Spiele mit dem Zufall – Die Schatzsuche (Spielplan auf der Karteikarte)

Intentionen: Die Schülerinnen und Schüler ...

- führen mehrere Spielrunden nach vorgegebenen Spielregeln durch und bewerten sie bezogen auf „faire“ Gewinnchancen für beide Spieler
- variieren mit dem Wissen über die Gestaltung von „fairen“ Spielregeln die Spielidee (durch eigene Spielregeln bzw. durch Verwendung unterschiedlicher Zufallsgeräte)
- stellen ihre selbst gestalteten Spielvarianten ihren Mitschülern vor und nehmen andererseits auch begründet Stellung zu erfundenen Spielvarianten ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler
- verwenden eingeführte Fachbegriffe (häufig, wahrscheinlich, Gewinnchance ...)

Weitere Anmerkungen zum Spiel

Karte 49 (2 Würfel 1–6)

Im Spielverlauf treten die möglichen Ereignisse (Augensummen) 2–12 nicht mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Spieler B hat eine höhere Gewinnchance als Spieler A (siehe dazu Lösung zu Karte 34, S. 22).

Spieler A: Augensumme 3, 4 oder 5 (9 von 36 Ergebnissen erfüllen die Bedingungen für dieses Ereignis.)

Spieler B: Augensumme 6, 7 oder 8 (16 von 36 Ergebnissen erfüllen die Bedingungen für dieses Ereignis.)

Karte 50 (1 Würfel (1–12), 5 Wendepfättchen)

Beim Spielen mit dem 12er-Würfel sind die gewürfelten Au-

genzahlen zugleich Elementarereignis und treten mit jeweils gleich hoher Wahrscheinlichkeit auf. Spieler A und B haben daher gleichhohe Gewinnchancen.

(Zudem ist darauf hinzuweisen, dass das Ereignis 1 im Gegensatz zum vorherigen Spiel nun auch eintritt.)

Spieler A: Augensumme 3, 4 und 5 ein Feld vorrücken (3 von 12 Flächen sind „Gewinnflächen“.)

Spieler B: Augensumme 6, 7 und 8 ein Feld vorrücken (3 von 12 Flächen sind „Gewinnflächen“.)

Karte 51 (Würfel nach Wahl) / Karte 52 (beliebiges Zufallsgerät aus der Wahrscheinlichkeits-Box)

Die beiden ergänzenden Karteikarten zur „Schatzsuche“ geben den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, ihre Erfahrungen im Umgang mit den Zufallsgeräten und mit dem Einschätzen von Gewinnchancen spielerisch anzuwenden. Das Ausdenken eigener Spielregeln und die Wahl eines geeigneten Zufallsgerätes, geben hier zusätzliche motivierende und offene Lernanlässe.

Karten 53 und 54: Spiele mit dem Zufall – Fische angeln (Spielplan auf der Karteikarte)

Intentionen: Die Schülerinnen und Schüler ...

- führen mehrere Spielrunden nach vorgegebenen Spielregeln durch und erkennen, dass das Ereignis „Augensumme 7“ besonders häufig gewürfelt wird.
- erkennen im Verlauf des Spieles, dass sowohl die 2 als auch die 12 eher selten gewürfelt und daher in einigen Spielrunden gar nicht mit einem Wendeplättchen bedeckt wird.
- stellen Vermutungen darüber an, dass die Augensummen 1–12 nicht mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten und finden erste Begründungsansätze.
- erkennen den Zusammenhang zwischen der festgestellten Häufigkeit des Ereignisses „Augensumme 7“ und der Entscheidung des Spiele-Erfinders, dem „großen Fisch“ die Augensumme 7 zuzuschreiben.
- verwenden eingeführte Fachbegriffe (häufig, wahrscheinlich, Gewinnchance ...).

Weitere Anmerkungen zum Spiel:

Wie schon in den Lösungshinweisen zur Karteikarte 33/34 dargestellt, ist die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Augensummen signifikant verschieden. Besonders häufig wird im Spielverlauf die Augensumme 7 auftreten. Dem folgend ist bei diesem Spiel das Feld 7 durch einen größeren Fisch als besonderes Feld hervorgehoben und erhält im Spiel auch eine besondere Bedeutung (Liegenbleiben der abgelegten Plättchen).

Dies ist sinnvoll, da so die Spieldauer verkürzend beeinflusst wird. Recht schnell sammeln sich im Spielverlauf Plättchen auf diesem Feld.

Karten 55 und 56: Spiele mit dem Zufall – Raupen-Würfeln (Spielplan auf der Karteikarte)

Intentionen: Die Schülerinnen und Schüler ...

- führen mehrere Spielrunden nach vorgegebenen Spielregeln durch und erkennen die Ungleichverteilung der Wahrscheinlichkeit der Augensummen, da einige Felder bei jedem Spiel schnell mit einem Wendeplättchen bedeckt werden (6, 7, 8) und andere Felder hingegen oft bis zum Spielende frei bleiben (2, 3, 11, 12).
- stellen Vermutungen darüber an, dass die Augensummen 1–12 nicht mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten und finden erste Begründungsansätze.
- erwenden eingeführte Fachbegriffe (häufig, wahrscheinlich, Gewinnchance ...).

Weitere Anmerkungen zum Spiel:

Gemäß der erwarteten Wahrscheinlichkeit der unterschiedlichen Augensummen (siehe auch Lösungen zur Karte 33/34, S. 21/22) werden im Spielverlauf insbesondere die Felder 7, 8 und 9 schnell mit Wendeplättchen belegt sein. Die Felder 2 und 12 bleiben hingegen häufig bis kurz vor Spielende leer. Es sollte aber beachtet werden, dass dies erst durch eine größere Anzahl von Spielrunden oder durch das Zusammentragen der Ergebnisse mehrerer Spielgruppen deutlich hervortritt.

Als Spielvariante bietet sich auch hier das vergleichende Spiel mit einem 12er-Würfel an. In dem Fall sind die 12 Ergebnisse bezogen auf die Wahrscheinlichkeit des Auftretens gleich verteilt.

Da bei einem 12er-Würfel auch das Ereignis „1“ fällt, kann der Kopf der beiden Raupen als Feld für dieses Ereignis genutzt werden.

Karten 57 und 58: Spiele mit dem Zufall – Seerosen-Wetthüpfen (Spielplan DIN A4)

Intentionen: Die Schülerinnen und Schüler ...

- erproben das Spiel mit den vorgegebenen Regeln und vergleichen die Gewinnchancen beider Spieler.
- erweitern ihre Einsichten im Umgang mit Zufallsgeräten (z. B. mit dem Glücksrad).
- variieren mit dem Wissen über die Gestaltung von „fai- ren“ Spielregeln die Spielidee (durch eigene Spielregeln oder durch Verwendung unterschiedlicher Zufallsgeräte).
- stellen ihre selbst gestalteten Spielvarianten ihren Mitschülern vor und nehmen andererseits auch begründet Stellung zu erfundenen Spielvarianten ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler.
- nutzen ihr Wissen über die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen, um in Spielsituationen Gewinnchancen abzuwägen.
- verwenden eingeführte Fachbegriffe (häufig, wahrscheinlich, Gewinnchance ...).

Weitere Anmerkungen zum Spiel:

Im Vergleich zum Spiel Schatzsuche, das von der grundlegenden Spielidee ähnlich ist, haben die Schülerinnen und Schüler bei diesem Spiel die Möglichkeit, die Ereignisse direkt auf dem Spielplan in Form von Karten bereitzulegen. So kann Zug um Zug ein anderes Zufallsereignis über das Vorrücken entscheiden. Den Kindern stehen hierfür 40 Ereigniskarten zur Auswahl. Außerdem findet die Lehrperson geeignete Kopiervorlagen im Materialteil des Begleitheftes (siehe Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen, S. 35 ff.), um die vorhandenen Ereigniskarten durch selbst gestaltete zu erweitern.

Durch die unterschiedlichen Ereignisse setzen sich die Kinder intensiv mit dem Einschätzen der jeweiligen Gewinnchance auseinander. Außerdem wird die Spannung des Spielverlaufs je nach gewählten Ereigniskarten unterschiedlich sein. Besonders spannend gestaltete Spielverläufe können im Klassenverband oder in Kleingruppen vorgestellt und erprobt werden.

Durch die angebotenen Spielvarianten und Forscherideen, können die Schülerinnen und Schüler ihre Erfahrungen mit unterschiedlichen Zufallsgeräten und dem Gestalten fairer Spielregeln in besonderer Weise spielerisch vertiefen und erweitern.

Karten 59 und 60: Spiele mit dem Zufall – Das Maulwurf-Spiel (Spielplan DIN A4)

Intentionen: Die Schülerinnen und Schüler ...

- erproben das Spiel mit den vorgegebenen Regeln und vergleichen die Gewinnchancen beider Spieler.
- erweitern ihre Einsichten im Umgang mit unterschiedlichen Zufallsgeräten.
- wählen gezielt Zufallsgeräte und Ereigniskarten aus, um einen fairen Spielverlauf zu gestalten.
- stellen ihre selbst gestalteten Spielvarianten ihren Mitschülern vor und nehmen andererseits auch begründet Stellung zu erfundenen Spielvarianten ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler.
- nutzen ihr Wissen über die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen, um in Spielsituationen Gewinnchancen abzuwägen und daraus strategische Spielentscheidungen abzuleiten.
- verwenden eingeführte Fachbegriffe (häufig, wahrscheinlich, Gewinnchance ...).

Weitere Anmerkungen zum Spiel:

Das Maulwurf-Spiel stellt eine Erweiterung des Seerosen-Wetthüpfens dar. Es ist auf den ersten Blick ein 2-Wege-Spiel, jedoch können beide Spieler im Spielverlauf nun

strategische Spielentscheidungen treffen. Abgesehen von den Ereignisfeldern 1 und 2, die für Spieler 1 bzw. 2 mit vorgegebenen Ereignissen belegt werden, können die Spieler beim Vorrücken immer zwischen zwei Ereignisfeldern wählen. So stehen in diesem Spielverlauf die Strategie und das Abschätzen der möglichen Gewinnchancen auf den einzelnen Ereignisfeldern in besonderer Weise im Vordergrund. Anzumerken ist, dass es sich im Spielverlauf dadurch natürlich manchmal ergibt, dass die beiden Spielfiguren auf dem gleichen Feld stehen.

Karten 61 und 62: Spiele mit dem Zufall – Wüstenwanderung (Spielplan DIN A3)

Intentionen: Die Schülerinnen und Schüler ...

- erproben das Spiel mit den vorgegebenen Regeln und dokumentieren den Spielverlauf in einem Spielprotokoll (Tabelle).
- erweitern ihre Erfahrungen im Umgang mit unterschiedlichen Zufallsgeräten (hier: Farbwürfel).
- entnehmen dem Spielprotokoll, dass das mittlere Zielfeld „Feldflasche“ im Spielverlauf besonders häufig erreicht wird und begründen dies mit der Anzahl möglicher Wege zu diesem Feld.
- erproben das Spiel mit dem Farbwürfel (4 rot/2 blau) und beschreiben die Auswirkungen des veränderten Zufallsgerätes auf den Spielverlauf.
- verwenden eingeführte Fachbegriffe (häufig, wahrscheinlich, Gewinnchance ...).

Weitere Anmerkungen zum Spiel:

Bei diesem Spiel handelt es sich um ein vierstufiges Zufallsexperiment (es wird 4-mal mit dem Farbwürfel gewürfelt). Es ist anlog zum bekannten Galton-Brett aufgebaut. Beginnend auf dem Startfeld, gibt es auf jedem Feld zwei Entscheidungen (links oder rechts) für das Vorrücken zum nächsten Feld.

Im Spielverlauf zeigt sich schnell, dass die „Mitte“ bevorzugt wird, d.h. die Spielfiguren häufiger auf das Zielfeld „Feldflasche“ gelangen als auf die anderen. Besonders die Oase wird nur selten erreicht.

Die Ereignisse „rot“ (nach links) und „blau“ (nach rechts) treten beim Würfeln zwar gleichwahrscheinlich auf, jedoch weist die Wahrscheinlichkeit für das Erreichen der Zielfelder durch die unterschiedliche Anzahl möglicher Wege signifikante Unterschiede auf (siehe Tabelle, S. 13).

Dies können die Schülerinnen und Schüler auch ihren protokollierten Spielverläufen entnehmen, für die die Lehrperson die auf Karte 61 gezeigte Tabelle als Kopiervorlage bereitstellen kann (siehe Ergänzende Materialien/Kopiervorlagen, S. 43).

Mögliche Wege zum Erreichen der Zielfelder (l = links, r = rechts):				
Oase 1: 1 Weg	Wasser- stelle 1: 4 Wege	Feldfla- sche: 6 Wege	Wasser- stelle 2: 4 Wege	Oase 2: 1 Weg
l, l, l, l	l, l, l, r l, l, r, l l, r, l, l r, l, l, l	l, l, r, r l, r, l, r l, r, r, l r, r, l, l r, l, r, l r, l, l, r	r, r, r, l r, r, l, r r, l, r, r l, r, r, r	r, r, r, r
1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

Für mathematisch interessierte Lehrpersonen sei hier noch besonders angemerkt, dass sich die Anzahl möglicher Wege in diesem Spiel analog zum Pascalschen Dreieck ergibt.

		1					
		1	1				
		1	2	1			
		1	3	3	1		
		1	4	6	4	1	
		1	5	10	10	5	1
				usw.			

Je nach Lernstand der Schülerinnen und Schüler, kann die systematische Erarbeitung der Anzahl möglicher Wege im Anschluss an die Erprobung herausgearbeitet werden. Im Zusammenhang mit den weiteren Spiel-/Forscherideen, können die Schülerinnen und Schüler insbesondere die Auswirkung der Veränderung des Zufallsgerätes auf den Spielverlauf entdecken. Dabei ist es spannend, inwieweit sie schon vor der Erprobung die Auswirkung der einzelnen Zufallsgeräte auf den Spielverlauf richtig vorhersagen können.

Karten 63 und 64: Spiele mit dem Zufall – Das Bienen-Spiel (Spielplan DIN A3)

Intentionen: Die Schülerinnen und Schüler ...

- erproben die unterschiedlichen Spielfelder und vergleichen die Spielverläufe miteinander.
- erweitern ihre Erfahrungen im Umgang mit unterschiedlichen Zufallsgeräten (hier: Würfel).
- entnehmen dem Spielverlauf, von welchem Startfeld (2–12) aus man besonders zügig zum Zielfeld gelangen kann (Anzahl der notwendigen Schritte, Wahrscheinlichkeit der jeweiligen Augensumme).
- nutzen bei der Auswahl ihrer Startfelder je nach Spielfeldvariante unterschiedliche Strategien, indem sie ihr Wissen über die Wahrscheinlichkeit einzelner Augensummen anwenden.
- erproben das Spiel mit dem 12-seitigen Würfel und beschreiben die Auswirkungen des veränderten Zufallsgerätes auf den Spielverlauf.
- verwenden eingeführte Fachbegriffe (häufig, wahrscheinlich, Gewinnchance ...).

Weitere Anmerkungen zum Spiel:

Auf dem Spielplan finden sich drei unterschiedliche Spielfelder (jeweils in zweifacher Ausführung).

Die Schülerinnen und Schüler setzen jeweils drei Wendepättchen auf beliebige Startfelder.

Die Wahrscheinlichkeit von einem bestimmten Zahlenfeld aus zu dem entsprechenden Blütenfeld (als Zielfeld) zu gelangen, hängt in diesem Spiel von jeweils zwei Faktoren ab:

- Anzahl der Felder zwischen Zahlenfeld und Blumenfeld
- Eintrittswahrscheinlichkeit des Würfelereignisses „Augensumme“

Die drei Spielfeldvarianten sind bewusst so gestaltet, dass bei Spielbeginn unterschiedliche strategische Entscheidungen für die Auswahl der drei Start-Zahlenfelder nahegelegt werden.

Spielplan 1:

Analog zur Häufigkeitsverteilung (z. B. Augensumme 7 wird besonders häufig gewürfelt ...) müssen hier mehr bzw. weniger Zwischenfelder durchlaufen werden. Die Wahl der Startfelder beeinflusst den Spielverlauf bei diesem Spielfeld im Vergleich zu den anderen nicht besonders stark.

Spielplan 2:

Die Anzahl der Zwischenfelder ist für jede Augensumme gleich. Bei diesem Spielplan ist es naheliegend, als Startzahlen diejenigen Augensummen zu wählen, die besonders häufig auftreten (Augensumme 7, 8, 9).

Spielplan 3:

Hier ist die Anzahl der Zwischenfelder zwar wiederum in Anlehnung an die gegebene Eintrittswahrscheinlichkeit der Augensummen gestaltet, jedoch muss der Spieler vom Startfeld „2“ bzw. „12“ zur Blüte nur jeweils einen Schritt gehen. Wählt der Spieler hingegen das Startfeld „7“, so muss er 6-mal die entsprechende Augensumme würfeln, um zum Zielfeld zu gelangen. Hier werden die Überlegungen zur Wahl der Startfelder sicherlich bei den Kindern sehr unterschiedlich sein.

Die Schülerinnen und Schüler werden bei der Wahl der Startfelder zunächst eher intuitiv vorgehen (Lieblingzahlen oder große Zahlen favorisieren). Im Spielverlauf werden sie jedoch zunehmend strategisch vorgehen und im günstigsten Fall durch die geeignete Wahl der Startfelder ihre Gewinnchancen bewusst erhöhen.

Zur Spielvariante mit dem 12-seitigen Würfel:

Der Wechsel des Zufallsgerätes hat entscheidende Auswirkungen auf die Gewinnchancen der Startfelder. Insbesondere ist hier das Spielfeld 2 hervorzuheben, da durch die Verwendung des 12-seitigen Würfels und der damit zusammenhängenden Gleichwahrscheinlichkeit der Ereignisse das Erreichen der Blütenfelder von jedem Startzahlenfeld aus gleichwahrscheinlich ist.

Aufgabenübersicht

Karte Nr.	Thema	Aufgabe bearbeitet am:	Forscheraufgabe bearbeitet am:
1	Ereignisse im Alltag beurteilen		
2	Zufällige Ereignisse erkennen		
3	Mit dem Wahrscheinlichkeitsstreifen arbeiten		
4	Mit dem Wahrscheinlichkeitsstreifen arbeiten		
5	Mit dem Wahrscheinlichkeitsstreifen arbeiten		
6	Mit dem Wahrscheinlichkeitsstreifen arbeiten		
7	Gewinnchancen einschätzen		
8	Gewinnchancen einschätzen		
9	Aussagen zur Wahrscheinlichkeit beurteilen		
10	Aussagen zur Wahrscheinlichkeit beurteilen		

Karte Nr.	Thema	Aufgabe bearbeitet am:	Forscheraufgabe bearbeitet am:
11	Sockenmathematik – Zufallsexperimente		
12	Sockenmathematik – Zufallsexperimente		
13	Sockenmathematik – Spielen mit dem Zufall		
14	Sockenmathematik – Farbverteilung vermuten		
15	Sockenmathematik – Spielchancen vergleichen		
16	Sockenmathematik – Spielchancen vergleichen		
17	Sockenmathematik – Zufallsereignisse beurteilen		
18	Sockenmathematik – Zufallsereignisse beurteilen		
19	Sockenmathematik – Zufallsereignisse beurteilen		
20	Sockenmathematik – Spielen mit dem Zufall		

Karte Nr.	Thema	Aufgabe bearbeitet am:	Forscheraufgabe bearbeitet am:
21	Zahlenplättchen – Gewinnchancen vergleichen		
22	Zahlenplättchen – Gewinnchancen vergleichen		
23	Zahlenplättchen – Welche Zahlen liegen im Beutel?		
24	Zahlenplättchen – Finde den richtigen Beutel!		

Karte Nr.	Thema	Aufgabe bearbeitet am:	Forscheraufgabe bearbeitet am:
25	Farbwürfel – Zufallsexperimente durchführen		
26	Farbwürfel – Farbverteilung vermuten		
27	Farbwürfel – Gewinnchancen einschätzen		
28	Farbwürfel – Zufallsexperimente durchführen		

Karte Nr.	Thema	Aufgabe bearbeitet am:	Forscheraufgabe bearbeitet am:
29	Zahlenwürfel – Zufallsexperimente durchführen		
30	Zahlenwürfel – Zufallsexperimente zusammenfassen		
31	Zahlenwürfel – Aussagen beurteilen		
32	Zahlenwürfel – Gewinnchancen einschätzen		
33	Zahlenwürfel – Zufallsexperimente durchführen		
34	Zahlenwürfel – Zufallsexperimente auswerten		
35	Zahlenwürfel – Zufallsexperimente durchführen		
36	Zahlenwürfel – Aussagen beurteilen		
37	Zahlenwürfel – Gewinnchancen einschätzen		
38	Zahlenwürfel – Aussagen beurteilen		

Karte Nr.	Thema	Aufgabe bearbeitet am:	Forscheraufgabe bearbeitet am:
39	Glücksräder – Zufallsexperimente durchführen		
40	Glücksräder – Gewinnchancen einschätzen		
41	Glücksräder – Gewinnchancen vergleichen		
42	Glücksräder – Gewinnchancen vergleichen		
43	Glücksräder – Glücksräder zeichnen		
44	Glücksräder – Gewinnregeln erfinden		
45	Glücksräder – Gewinnchancen vergleichen		
46	Glücksräder- Glücksräder zeichnen		
47	Glücksräder – Spielen mit dem Zufall		
48	Glücksräder – Gerechte Glücksradspiele		

Karte Nr.	Thema	Aufgabe bearbeitet am:	Forscheraufgabe bearbeitet am:
49	Spiele mit dem Zufall – Die Schatzsuche 1		
50	Spiele mit dem Zufall – Die Schatzsuche 2		
51	Spiele mit dem Zufall – Die Schatzsuche 3		
52	Spiele mit dem Zufall – Die Schatzsuche 4		
53/54	Spiele mit dem Zufall – Fische angeln		
55/56	Spiele mit dem Zufall – Raupen-Würfeln		
57/58	Spiele mit dem Zufall – Seerosen-Wetthüpfen		
59/60	Spiele mit dem Zufall – Das Maulwurf-Spiel		
61/62	Spiele mit dem Zufall – Wüstenwanderung		
63/64	Spiele mit dem Zufall – Das Bienen-Spiel		