*Möglicher Schülerbeitrag*

**Sonderformen der Koordinatengleichung einer Ebene und damit verbundene besondere Ebenenlagen**

Tafelanschrift
Nachträgliche Themenangabe
Überschrift

**Methodenwechsel**
eigenverantwortliches arbeitsgleiches Arbeiten in Gruppen

*Der Lehrer erteilt den Schülern den folgenden Auftrag*

In Anlehnung an die bisherige Vorgehens- und Argumentationsweise soll selbstständig die besondere Lage von Ebenen ergründet werden, die ebenfalls von Koordinatengleichungen beschrieben werden, in denen ein Glied fehlt; Beweis mittels Punktprobe.

**Präsentation**
Ein nach dem Zufallsprinzip bestimmter Schüler einer Gruppe schreibt unter der vom Lehrer vorgegebenen Überschrift „Weitere Sonderfälle der Koordinatengleichung einer Ebene“ eine mögliche Gleichung an die Tafel und beschreibt die dazugehörige vermutete Ebenenlage. Ein zweiter Schüler derselben Gruppe beweist diese Aussage mittels Punktprobe. Die Schüler erhalten die Aufgabe, einen Merksatz zu formulieren.

Mögliche Präsentation der *ersten* Gruppe

Weitere Sonderfälle der Koordinatengleichung einer Ebene
(ein Koeffizient = 0):
$a \cdot x_1 + c \cdot x_3 = d$; $a, c, d \neq 0$: fehlendes $x_2$-Glied wegen $b = 0$;
Vermutung: Ebene verläuft parallel zur $x_2$-Achse, wenn $d \neq 0$
**Beweis**
Punktprobe mit den Punkten $X_2(0|z|0)$; $(z \in \mathbb{R})$ der $x_2$-Achse:
falsche Aussage $0 = d$ wegen $d \neq 0$ – Ebene parallel zur $x_2$-Achse;
$a \cdot x_1 + c \cdot x_3 = 0$; $a, c \neq 0$: Ebene beinhaltet die $x_2$-Achse
**Beweis**
Punktprobe mit den Punkten $X_2(0|z|0)$; $(z \in \mathbb{R})$ der $x_2$-Achse
führt zur richtigen Aussage $0 = 0$

Tafelanschrift

Präsentation der *zweiten* Gruppe; Bezugnahme auf erste Gruppe

$a \cdot x_1 + b \cdot x_2 = d$; $a, b, d \neq 0$: fehlendes $x_3$-Glied wegen $c = 0$;
Vermutung: Ebene verläuft parallel zur $x_3$-Achse, wenn $d \neq 0$
**Beweis**
Punktprobe mit den Punkten $X_3(0|0|z)$; $(z \in \mathbb{R})$ der $x_3$-Achse:
falsche Aussage $0 = d$ wegen $d \neq 0$ – Ebene parallel zur $x_3$-Achse
$a \cdot x_1 + b \cdot x_2 = 0$; $a, b \neq 0$: Ebene beinhaltet die $x_3$-Achse
**Beweis**
Punktprobe mit den Punkten $X_3(0|0|z)$; $(z \in \mathbb{R})$ der $x_3$-Achse
führt zu der richtigen Aussage $0 = 0$

Tafelanschrift

Ein nach dem Zufallsprinzip bestimmter Schüler der *dritten* Gruppe formuliert einen von der Gruppe entwickelten Merksatz, z. B:

Tafelanschrift

**Merke**
Ist in einer Koordinatengleichung *eines* der drei Koordinatenglieder nicht aufgeführt, weil der Koeffizient = 0 ist, verläuft die Ebene parallel zu *der* Koordinatenachse, die durch das „fehlende" Koordinatenglied gekennzeichnet ist, wenn $d \neq 0$ ist, und beinhaltet genau *die* Koordinatenachse, die durch das „fehlende" Koordinatenglied gekennzeichnet ist, wenn $d = 0$ ist.

***Mit Bezug darauf schlägt der Lehrer eine Unterteilung der Gesamtthematik vor.***

Der Merksatz bezieht sich auf Koordinatengleichungen, in denen einer der Koeffizienten *a, b, c* gleich null ist. Da wir im Folgenden weitere Sonderformen betrachten, sollten wir eine sinnvolle Unterteilung der Gesamtthematik anstreben.

***Der Lehrer zeigt auf die Überschrift „Sonderformen der Koordinatengleichung …" und gibt die Anweisung:***

Wir ergänzen diese Hauptthematik um das gerade behandelte Teilthema.

***Mögliche Schülerreaktion***

Nachträgliche Ergänzung der Überschrift um die Angabe des hier relevanten Teilthemas:

Tafelanschrift

Sonderformen der Koordinatengleichung einer Ebene und damit verbundene besondere Ebenenlagen:
**a) Einer der drei Koeffizienten *a, b, c* ist gleich null.**

## 5.2.2 *Zwei der drei Koeffizienten a, b, c der Koordinatengleichung $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 = d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $b, c, d \neq 0$) sind gleich null*

Die Schüler erwerben folgende inhaltliche und prozessbezogene mathematische Kompetenzen:

- Alle Punkte einer zur $x_1$,$x_2$-Koordinatenebene parallelen Ebene im Abstand 5 LE besitzen die $x_3$-Koordinate 5: $x_3 = 5$
- Die Aussage $x_3 = 5$ ist eine Koordinatengleichung, in der offenbar die Koeffizienten $a$ und $b = 0$ sind, sodass in der Gleichung das $x_1$- und das $x_2$-Glied fehlen.
- Wenn die Koeffizienten $a$ und $b$ gleich null sind, dürfen für die $x_1$- und die $x_2$-Koordinaten aller Ebenenpunkte beliebige Werte eingesetzt werden, während die $x_3$-Koordinate stets den Wert 5 besitzt.
- Die Punktprobe mit Punkten der beschriebenen Art, z. B. die Punkte $A(3|-4|5)$, $B\left(-\sqrt{2}\,\middle|\,\frac{2}{3}\,\middle|\,5\right)$, $C(0|-\sqrt{3}|5)$, $D(0|0|5)$ bestätigt die Gleichung $x_3 = 5$ als Koordinatengleichung einer Ebene, welche solche Punkte enthält.