

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> . . . . .	11
<b>Teil I: Geometrie der Ebene</b> . . . . .	15
<b>1 Symmetrie</b> . . . . .	16
1.1 Vom Chaos zur Symmetrie . . . . .	16
1.2 Je mehr Symmetrieachsen, desto einfacher – eine gruppodynamische Übung vom Kreis zum Fragezeichen . . . . .	26
1.3 Diskussion über Symmetrieachsen . . . . .	27
1.4 Zwei Symmetrieachsen – ästhetisches Empfinden . . . . .	29
1.5 Punkt- und Achsensymmetrie . . . . .	30
1.6 Wie viele Figuren gibt es, die sowohl achsen- als auch punktsymmetrisch sind? . . . . .	32
1.7 Symmetrie in Gruppenarbeit und kulturelle Bildung . . . . .	34
<b>2 Geometrische Formen und Konstruktionen.</b> . . . . .	37
2.1 Das Parallelogramm als verschobenes Rechteck . . . . .	37
2.2 Mathematik ist eine Sprache . . . . .	42
2.3 Dreieck und Trapez . . . . .	44
2.4 Eine konstruktivistische Übung außerhalb des Klassenzimmers . . . . .	51
2.5 Konstruktionspläne, Bastelanleitungen, Baupläne und Bedienungsanleitungen. . . . .	57
2.6 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal. . . . .	61
2.7 Der Schwerpunkt eines Dreiecks . . . . .	65
2.8 Kongruenzsätze oder der Anruf vom Baumarkt. . . . .	65
2.9 Zentrische Streckung und Strahlensätze. . . . .	66
2.10 Winkelsumme im Dreieck oder Parkettierungen . . . . .	74
2.11 Streichhölzer und Geometrie . . . . .	77
2.12 Platonische Parkettierung . . . . .	79

2.13	Schöner wohnen mit Mathematik – archimedische Parkettierungen . . . . .	82
2.14	Grenzen der Vorstellungskraft – zwei Ringe und das Möbiusband . . . . .	86
<b>3</b>	<b>Dreieck und rechter Winkel . . . . .</b>	<b>90</b>
3.1	Der Satz des Thales . . . . .	90
3.2	Geodreiecke markieren einen Kreis – die Umkehrung des Thales . . . . .	92
3.3	Pythagoras in zwei haptischen Beweisen . . . . .	94
3.4	Eine Aufgabe für Pythagoras: Erdkrümmung eines kleinen Sees . . . . .	98
3.5	Trigonometrie . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Kreisberechnung. . . . .</b>	<b>105</b>
4.1	Die Kreiszahl $\pi$ . . . . .	105
4.2	Flächeninhalt des Kreises oder die Pizza im Unterricht. . . . .	110
4.3	Flächeninhalt ohne Pizza . . . . .	112
4.4	Ein zweites Mal Pizza: Kreisbogen und Kreisausschnitt. . . . .	114
4.5	Konkrete Aufgaben: Münzen und Uhren . . . . .	114
4.6	Eine antike Methode: ein Lernzirkel zur Kreisberechnung. . . . .	115
<b>Teil II:</b>	<b>Geometrie im Raum . . . . .</b>	<b>123</b>
<b>5</b>	<b>Erbsen und Zahnstocher und die Sache mit der Geometrie. . . . .</b>	<b>124</b>
5.1	Vorbereitung und Einführung. . . . .	125
5.2	Umgang mit den Objekten . . . . .	129
5.3	Symmetrie als Bauanleitung: platonische Körper . . . . .	130
5.4	Duale platonische Körper – Weihnachtssterne . . . . .	135
5.5	Mathematik – eine universelle Wahrheit. . . . .	138
5.6	Projektion – Schattenbilder der Objekte. . . . .	139
5.7	Rechnung und Anschauung. . . . .	141
5.8	Knoten, Linien und Flächen – ein Beispiel zur vollständigen Induktion . . . . .	143
5.9	Euler'scher Polyedersatz . . . . .	146
5.10	Tetraeder und Oktaeder – Parkettierung im Raum . . . . .	147
5.11	Volumina im Vergleich: Tetraeder und Oktaeder . . . . .	149
5.12	Puzzle aus zwei Teilen . . . . .	153

5.13	Auf dem Weg zur Sierpinski-Pyramide . . . . .	154
5.14	Die Sierpinski-Pyramide . . . . .	157
5.15	Fraktale: Ästhetik einer Unendlichkeit . . . . .	162
5.16	Minimalflächen unter Randbedingungen. . . . .	165
5.17	Vierdimensionale Welten, unblutige Operationen . . .	169
5.18	Ecken, Kanten und Flächen eines vierdimensionalen Würfels . . . . .	172
5.19	Ein dreidimensionales Foto des Hyperwürfels . . . . .	175
<b>6</b>	<b>Vom Raum zur Fläche: Projektion</b> . . . . .	<b>177</b>
6.1	Projektion – Informationsverlust und räumlich invertiertes Sehen . . . . .	177
6.2	Drachenbau . . . . .	180
6.3	Senkrechte Parallelprojektion (Zweitafelprojektion) . .	184
<b>7</b>	<b>Körperberechnungen</b> . . . . .	<b>187</b>
7.1	Satz des Pythagoras und die Raumdiagonale des Klassenzimmers . . . . .	187
7.2	Drei Pyramiden in einer Kartoffel . . . . .	188
7.3	Kegeloberfläche oder der Bau eines Kegels . . . . .	189
7.4	Bau von Dächern . . . . .	191
<b>Teil III:</b>	<b>Rechnen mit Größen</b> . . . . .	<b>193</b>
<b>8</b>	<b>Schätzen und Runden</b> . . . . .	<b>194</b>
8.1	Schätzen . . . . .	194
8.2	Schätzen von Flächeninhalten . . . . .	198
8.3	Runden – ein Programm . . . . .	200
8.4	Vorstellung großer Zahlen – Modellbau und das Gefühl für Millionen und Milliarden . . . . .	200
<b>9</b>	<b>Größen</b> . . . . .	<b>204</b>
9.1	Die Erfindung des Maßes . . . . .	204
9.2	Absurde Geschichten . . . . .	206
9.3	Umrechnen von Größen – das Gehirn in der Streichholz- schachtel. . . . .	208
9.4	Flächeninhalt eines Rechtecks oder ein neuer Boden für das Klassenzimmer . . . . .	210
9.5	Umrechnen von Flächeneinheiten – Standpunkte einnehmen . . . . .	213

9.6	Die Fläche des Anlagensees oder der Beginn des mathematischen Modellierens . . . . .	215
9.7	Wie viel Kubikmeter Luft passen ins Schulgebäude? . .	221
9.8	Persönliche Größen – die eigene Oberfläche . . . . .	229
9.9	Länge, Fläche und Volumen: die Vermessung eines Baumes . . . . .	232
9.10	Die exakte Höhe eines Baumes? . . . . .	237
9.11	Zufällige und systematische Fehler . . . . .	240
<b>10</b>	<b>Winkelmaße . . . . .</b>	<b>242</b>
10.1	Winkel . . . . .	242
10.2	Schatzsuche mit Winkeln . . . . .	244
10.3	Ein Modellweg mit Stiften. . . . .	247
10.3	Winkel zeichnen mit dem Geodreieck – verbale und nonverbale Kommunikation. . . . .	249
	<b>Literatur . . . . .</b>	<b>252</b>
	<b>Dank . . . . .</b>	<b>253</b>
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>255</b>