L–1.27* Strecksprung auf dem Mond

Der Abstand zwischen dem Schwerpunkt in der Hocke und im Stand sei d. Das ist die Beschleunigungsstrecke beim Sprung. Sie ist auf der Erde und auf dem Mond gleich groß.

– zur Theorie:

Ist F die Beschleunigungskraft, so gilt:

$$(1)\quad F\cdot d = mg(d+h) \quad \text{bzw.} \quad \int_0^d F\,\mathrm{d}y = mg(d+h)\ .$$

Die Absprungkraft F ist auf Erde und Mond gleich groß. Man kann sie als Vielfaches des jeweiligen Eigengewichts angeben.

$$(2)\quad F = n\cdot mg \quad \text{und} \quad F = n'\cdot mg'\ .$$

Für das Verhältnis der Fallbeschleunigungen auf der Erde g und auf dem Mond g' gilt:

$$(3)\quad \frac{g}{g'} = \frac{M_{\text{Erde}}}{M_{\text{Mond}}}\left(\frac{R_{\text{Mond}}}{R_{\text{Erde}}}\right)^2 = 6{,}11\ .$$

Aus Gln. (2) und (3) folgt:

$$(4)\quad n' = 6{,}11n\ .$$

Mit den Gleichungen (1), (2) und (4) ergibt sich

$$(5)\quad \frac{h'}{h} = \frac{6{,}11n-1}{n-1}\ .$$

– zur Messung und Auswertung:

Für die Bestimmung der Sprungkraft stelle man z.B. eine Personenwaage auf einen stabilen Tisch und beides zusammen unter einen Türrahmen. Wenn man sich auf der Personenwaage so kräftig wie möglich gegen den oberen Türrahmen stemmt, dann zeigt die Waage die maximale Absprungkraft F an.

Typische Werte für $n = F/mg$ sind: $1{,}8 \le n \le 2{,}2$

Zur Bestimmung von h markiert man z.B. an einer Wand die Höhe des ausgestreckten Armes im Stand und – wiederholt – im höchsten Punkt der Strecksprungs.

Typische Werte für h sind: $25\,\text{cm} \leq h \leq 35\,\text{cm}$.

Man erhält somit mit $n = 2 \pm 0{,}1$ und $h = (30 \pm 2{,}5)\,\text{cm}$. Also gilt

$$(6) \quad \frac{h'}{h} = 11{,}21 \pm 0{,}4 \quad \text{bzw.} \quad h' = 3{,}36\,\text{m} \pm 9\,\% \ .$$

Auf dem Mond könnte man daher gut 11-mal so hoch springen wie auf der Erde!

L–1.28* Biegung dünner Stäbe

Der Stab wird an einem Ende horizontal eingespannt. Auf das andere Ende wird durch Anhängen von Gewichtstücken eine vertikale Kraft F ausgeübt. Man variiert die Kraft etwa in Schritten von 0,1 N und liest jeweils die Auslenkung s mit Hilfe eines vertikal angebrachten Maßstabes mit Millimeterskala ab. Für den Aufgabenteil c) ist außerdem der Neigungswinkel α des Stabendes zu messen. Dies kann mit einem normalen Winkelmesser geschehen, den man zweckmäßigerweise in der Höhe verschiebbar an einem Stativ befestigt.

Die Stäbe zeigen nach der Belastung eine geringe bleibende Verformung. Die Funktion $s = s(F)$ ist also nicht eindeutig, sondern eine Hysteresis. Sie muss für den Aufgabenteil b) experimentell bestimmt werden. Dabei ist darauf zu achten, dass die Spannung des Stabes beim Anhängen oder Abnehmen von Gewichtstücken möglichst nicht verändert wird.

Abbildung 1 zeigt eine grafische Darstellung der Messwerte $s(F)$. Für Stahl ist der Proportionalitätsbereich wesentlich kleiner und die Hysteresis deutlicher als für Plastik.

a) Wenn man von den Verlusten durch bleibende Verformung des Stabes absieht, ist die im Stab gespeicherte elastische Energie gleich der zur Dehnung aufgewendeten Spannarbeit. Bei der Auslenkung $s = x$ ist die elastische Energie des Stabes also gegeben durch

$$(1) \quad W_x = \int_0^x F(s)\,\mathrm{d}s \ .$$

Das Integral lässt sich auf unterschiedliche Weise bestimmen. Man kann einfach in Abbildung 1 die Fläche unter der Kurve bis zu $s = x$ durch Abzählen der Kästchen bestimmen. Weniger zeitaufwendig und im vorliegenden Fall nicht weniger genau ist die Verwendung der Wertetabelle zur numerischen Integration. Da die Kurven in Abbildung 1 zwischen benachbarten Messwerten praktisch linear sind, ist das einfache Trapezverfahren geeignet.