

Notiz aus der Geschichte	14
Einleitung	17
1 Fachstrukturen als Lernhilfen nutzen	17
2 Unterricht planen	20
3 Unterricht gemeinsam reflektieren	22
4 Kräfte sparen	23

Kapitel I

Frühförderung	25
1 Grundlegende Übungen zur Entwicklung des Zahlbegriffs	25
1.1 Mathematische und didaktische Grundlagen	26
1.1.1 Die Komplexität des Zahlbegriffs	26
1.1.2 „Rechnendes Zählen“	26
1.1.3 Grundlegende Darstellungsmittel	28
1.2 Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	30
1.2.1 Zahlenlied „Ich kann zählen mit den Zahlen“	30
1.2.2 „Voll besetzt“	31
1.2.3 Einfache Spiele mit den Tierkarten (bis 6)	33
1.2.4 „Zahlen überall“	35
1.2.5 „Räuber und Goldschatz“	35
1.3 Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	38
1.4 „Forschen und Finden“ für Leserinnen und Leser	38
2 Produktive Übungen zur Entwicklung des Zahlbegriffs	39
2.1 Mathematische und didaktische Grundlagen	39
2.1.1 Mathematik und Pseudo-Mathematik	39
2.1.2 Echtes spielerisches Lernen	39
2.2 Denkspiele für die Frühförderung zur Auswahl	40
2.2.1 Schiebespiel „Plätze tauschen“	40
2.2.2 „Enge Straße“	41
2.2.3 „Ko-No“	41
2.2.4 „Rot gegen Blau“	42
2.3 Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	44
2.4 „Forschen und Finden“ für Leserinnen und Leser	44
3 Rückblick auf die Frühförderung im Lichte des Vorworts und der Einleitung	45

Kapitel II

Zwanzigerraum	47
1 Orientierung im Zwanzigerraum	48
1.1 Mathematische und didaktische Grundlagen	48
1.1.1 Das Zehnersystem und die „Kraft der Fünf“	48
1.1.2 Grundlegende Arbeits- und Demonstrationsmittel	49
1.1.3 Ausblick auf den Blitzrechnenkurs	52
1.2 Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	53
1.2.1 Bestimmen von Zahlen an der Zwanzigerreihe	53
1.2.2 „Dreiecks-Memory“	54
1.2.3 Spiele mit den Tierkarten bis 10	56
1.2.4 „Plättchen werfen“	59
1.2.5 Zahlen am Zwanzigerfeld legen	60

1.2.6	Zahlen ordnen mit den Wendekarten	62
1.2.7	Zahlen unterschiedlich darstellen	64
1.2.8	Verdoppeln mit dem Spiegel	65
1.2.9	Ausblick auf den Hunderter	66
1.2.10	Anzahlen verändern: das Taubenspiel	68
1.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	69
1.4	Forschen und Finden für die Leserinnen und Leser	70
2	Einführung der Addition und grundlegende Übungen	71
2.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	71
2.1.1	Rechengesetze der Addition und Rechenwege bei der Addition im Zwanzigerraum	71
2.1.2	Verschiedene Durchgänge durch das Einspluseins	74
2.1.3	Die Einspluseins-Tafel	74
2.2	Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	76
2.2.1	Sachsituationen zur Addition	76
2.2.2	Rechenwege erarbeiten und einfache Plusaufgaben herausstellen	78
2.2.3	Von einfachen zu schwierigen Plusaufgaben	80
2.2.4	Übungen an der Plustafel	81
2.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	84
2.4	„Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	84
3	Einführung der Subtraktion, grundlegende und integrative Übungen ..	88
3.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	88
3.1.1	Die Subtraktion als Umkehrung der Addition und ihre beiden Aspekte	88
3.1.2	Rechenwege bei der Subtraktion im Zwanzigerraum und einfache Minusaufgaben	90
3.2	Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	92
3.2.1	Sachsituationen zur Subtraktion	92
3.2.2	„Immer vier Aufgaben“	93
3.2.3	Rechenwege erarbeiten	95
3.2.4	Von einfachen zu schwierigen Minusaufgaben	97
3.2.5	Minusaufgaben durch Ergänzen lösen	98
3.2.6	Einfache Aufgaben mit Rechendreiecken	100
3.2.7	Einfache Aufgaben mit Zahlenmauern	102
3.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	104
3.4	Forschen und Finden für die Leserinnen und Leser	105
4	Blitzrechnen im Zwanzigerraum	106
4.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	106
4.1.1	Blitzrechnen: Das Gerüst des Rechenunterrichts	107
4.1.2	Üben in zwei Phasen und unterstützende Materialien	108
4.2	Die zehn Blitzrechenübungen im Zwanzigerraum	109
4.2.1	„Wie viele?“	110
4.2.2	„Zahlenreihe“	110
4.2.3	„Kraft der Fünf“	110
4.2.4	„Zerlegen“	110
4.2.5	„Ergänzen bis 10 und 20“	111
4.2.6	„Verdoppeln“	111
4.2.7	„Einspluseins“	111

4.2.8 „Einsminuseins“	111
4.2.9 „Halbieren“	112
4.2.10 „Zählen in Schritten“ und „Mini-Einmaleins“	112
4.2.11 „1 + 1-Marathon“	113
4.3 Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	113
4.4 „Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	113
5 Produktive Übungen zur Addition und Subtraktion	114
5.1 Mathematische und didaktische Grundlagen	114
5.1.1 Produktives Üben	114
5.1.2 Systematisches Probieren als natürliche Lösungsstrategie	115
5.2 Lernumgebungen zur Auswahl und passenden Einordnung	116
5.2.1 „Schöne Päckchen“, „Schöne Päckchen?“	116
5.2.2 Produktive Aufgaben mit Zahlenmauern	119
5.2.3 Produktive Aufgaben mit Rechendreiecken	122
5.2.4 „Würfel raten“	125
5.2.5 Zauberquadrate	128
5.2.6 Plusfolgen	131
5.2.7 Kombinationen von Eiskugeln	133
5.2.8 Messen mit dem Meterstab	134
5.2.9 Altersunterschiede	136
5.2.10 Rechnen mit Geld	137
5.2.11 Ergänzende Materialien zur Förderung der allgemeinen Lernziele	138
5.3 Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	138
5.4 „Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	139
6 Rückblick auf das Mathematiklernen im Zwanzigerraum im Lichte der fünf Grundprinzipien von „Mathe 2000+“	141
Hunderterraum	144
1 Orientierung im Hunderterraum	145
1.1 Mathematische und didaktische Grundlagen	145
1.1.1 Ausbau des Zehnersystems	145
1.1.2 Grundlegende Arbeits- und Demonstrationsmittel	146
1.2 Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	149
1.2.1 Grundlegende Zahldarstellungen	149
1.2.2 Hundertertafel	152
1.2.3 Hunderterreihe und Rechenstrich	154
1.2.4 Geldscheine und Münzen	156
1.2.5 Koordinierungsübungen	158
1.3 Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	159
1.4 „Forschen und Finden“ für Leserinnen und Leser	159
2 Grundlegende Übungen zur Addition und Subtraktion	161
2.1 Mathematische und didaktische Grundlagen	161
2.1.1 Rechenwege der Addition und Subtraktion	161
2.1.2 Die Strategie „Zehner minus Zehner, Einer minus Einer“	166
2.2 Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	167
2.2.1 Rechenwege der Addition erarbeiten	167
2.2.2 Von einfachen zu schwierigen Plusaufgaben	170
2.2.3 Rechenwege der Subtraktion erarbeiten	171

Kapitel III

2.2.4	Von einfachen zu schwierigen Minusaufgaben	172
2.2.5	Minusaufgaben durch Ergänzen lösen	174
2.2.6	„Immer vier Aufgaben“	175
2.2.7	Grundlegende Aufgaben zu Zahlenmauern und Rechendreiecken	176
2.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	177
2.4	„Forschen und Finden“ für Leserinnen und Leser	178
3	Produktive Übungen zur Addition und Subtraktion	180
3.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	180
3.1.1	Die fachliche Basis der natürlichen Differenzierung	180
3.1.2	Operative Beweise mit Zahldarstellungen	181
3.2	Lernumgebungen zur Auswahl und passenden Einordnung	181
3.2.1	Rechenkettten	181
3.2.2	„Schöne Päckchen“, „Schöne Päckchen?“	183
3.2.3	Zahlenmauern	183
3.2.4	Rechendreiecke	185
3.2.5	Das magische Quadrat in Dürers Kupferstich „Melencolia I“	187
3.2.6	Subtraktion von Umkehrzahlen	190
3.2.7	Café-Restaurant „Piccolo“	194
3.2.8	Zahnformeln	195
3.2.9	Spiele-Tore-Punkte	197
3.2.10	Störche	198
3.2.11	Ergänzende Materialien zur Förderung der allgemeinen Lernziele	199
3.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	199
3.4	„Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	200
4	Einführung der Multiplikation und grundlegende Übungen	201
4.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	201
4.1.1	Rechengesetze der Multiplikation und Rechenwege	202
4.1.2	Verschiedene Durchgänge durch das Einmaleins	206
4.1.3	Der Einmaleins-Plan	206
4.2	Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	207
4.2.1	Sachsituationen zur Multiplikation	208
4.2.2	Malaufgaben am Hunderterfeld legen und Kernaufgaben herausstellen	209
4.2.3	Von den Kernaufgaben zu den schwierigen Malaufgaben	211
4.2.4	Die Einmaleinsreihen am Einmaleins-Plan	212
4.2.5	Die Einmaleinszahlen in der Hundertertafel	215
4.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	217
4.4	„Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	217
5	Blitzrechnen im Hunderterraum	218
5.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	218
5.1.1	Fördern und Diagnose	218
5.1.2	Materialien zum Blitzrechnen im Hunderterraum	218
5.2	Die zehn Blitzrechnenübungen im Hunderterraum	219
5.2.1	„Wie viele? Welche Zahl?“	219
5.2.2	„Zählen in Schritten“	220
5.2.3	„Ergänzen zum nächsten Zehner“	220
5.2.4	„Ergänzen bis 100“	220

5.2.5	„100 teilen“	220
5.2.6	„Verdoppeln/Halbieren“	220
5.2.7	„Einfache Plusaufgaben“	221
5.2.8	„Einfache Minusaufgaben“	221
5.2.9	„Zerlegen“	221
5.2.10	„Einmaleins“	221
5.2.11	„1 · 1-Marathon“	221
5.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	222
5.4	„Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	222
6	Produktive Übungen zum Einmaleins	223
6.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	223
6.1.1	Die Einmaleins-Tafel („Maltafel“)	223
6.1.2	Operative Beweise mit Punktfeldern	224
6.2	Lernumgebungen zur Auswahl und passenden Einordnung	224
6.2.1	Zeilen und Spalten in der Maltafel	224
6.2.2	„Von oben nach unten und über Kreuz“	227
6.2.3	Zauberquadrate mit dem Einmaleins	231
6.2.4	Das Multiplikationsprinzip der Kombinatorik	232
6.2.5	Malaufgaben in der Umwelt	234
6.2.6	Körpermaße	234
6.2.7	Ergänzende Materialien	235
6.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	236
6.4	„Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	236
7	Einführung der Division und grundlegende Übungen	238
7.1	Mathematische und didaktische Grundlagen	238
7.1.1	Die Division als Umkehrung der Multiplikation	238
7.1.2	Rechenwege der Division	240
7.2	Aufbauende Sequenz von Lernumgebungen	242
7.2.1	Aufteilen und Verteilen in Sachsituationen	242
7.2.2	Teilen am Einmaleins-Plan	243
7.2.3	„Immer vier Aufgaben“	244
7.2.4	Einfache Teilungsaufgaben	246
7.2.5	Von einfachen zu schwierigen Teilungsaufgaben	247
7.2.6	„Tabula rasa“	248
7.2.7	Rechenkettens	250
7.2.8	Teilen mit Rest	252
7.3	Anregungen zu kollektiven Unterrichtsexperimenten	253
7.4	„Forschen und Finden“ für die Leserinnen und Leser	254
8	Rückblick auf den Band 1	256
	Anhang	257
	Warum „rechenschwache“ Kinder vom systemischen Ansatz des Handbuchs besonders profitieren	257
	Piagets „klinische Methode“ zur Erforschung des kindlichen Denkens	264
	„Was ist in der Tüte?“ – Beispiel für ein dokumentiertes Unterrichtsexperiment	267
	Hinweise zum Download-Material	272