

Inhalt

Geleitworte	10
Vorwort	12
Grundlegendes zur Didaktik	14
Hinweise zur Buchbenutzung	18
Dank	21
Teil I: Didaktische Einführung	23
1 Bruchrechnen sichtbar machen	24
1.1 Warum Bruchrechnen schwierig ist	24
1.2 Flächen- und Operatorkonzept	30
1.3 Lernen in vier Dimensionen	31
1.4 Ein komplettes Abbild der Bruchrechnung – und noch mehr!	34
1.5 Die verschiedenen Zahlenbereiche und ihre Modellierung	40
1.6 Einsatzmöglichkeiten: Unterstufe und höhere Klassen	45
2 Lehr- und Lernverständnis	49
2.1 Der Lehrer als Spielleiter	49
2.2 Kommunikation in handlungsorientiertem Unterricht	52
2.3 Didaktik des Materials	55
2.4 Kompetenzorientierung	61
3 Logistik des Materials	63
3.1 Anzahl und Bestellung der Kästen	64
3.2 Vollständigkeit und Ordnung	64
3.3 Verantwortung personifizieren: Materialwart und Zeitmanager.	66
3.4 Häufige handwerkliche Schwierigkeiten	70
3.5 Exkurs I: Fermiaufgabe und Kettenbau	73
3.6 Exkurs II: Kombinatorik des Materials	76
3.7 Der Baukasten als Fermi-Problem	79
3.8 Bauanleitung für das „erste Produkt“ (vgl. Kapitel 5)	85

Teil II: Lehrgang zur Bruchrechnung	87
4 Grundlegendes zu Reihenfolge und Inhalt	88
4.1 Ein Gang durch den Wald	88
4.2 Bruchrechnen als Abenteuer	90
5 Ein erstes Produkt	92
5.1 Ein Test ohne Bewertung	93
5.2 Erste Begegnung mit einem Getriebe	94
5.3 Das Material als Datengenerator	95
5.4 Standpunkte einnehmen – Schüler diskutieren	97
5.5 Die Auflösung: das Getriebe als Modell für $2 \cdot 4$	103
6 Erste Schülerkonstruktionen	105
6.1 Eine erste Konstruktion: $2 \cdot 3$	105
6.2 Eigene Produkte erfinden und lösen	108
7 Brüche am Fahrrad – der Bruch als Verhältnis	115
7.1 Mein kleinster und größter Gang am Fahrrad	115
7.2 Vertiefende Übung: Brüche auf dem Zahlenstrahl	123
8 Erweitern und Kürzen, Bruch und Bruchzahl, Brüche vergleichen	126
8.1 Bruch und Bruchzahl	126
8.2 Kürzen und Erweitern	129
8.3 Weitere Übungen zum Kürzen und Erweitern – ohne Ketten und Zahnräder	135
8.4 Brüche der Größe nach vergleichen	138
9 Exponentielles Wachstum, Potenzen und Potenzgesetze	141
9.1 Teamtraining: Exponentielles Wachstum	141
9.2 Exkurs für höhere Klassen: Exponentielles Wachstum und Kettenlinie	154
9.3 Potenzen: die Grenzen der Belastbarkeit	158
9.4 „hoch null“ und negative Hochzahlen	160
9.5 Potenzgesetze	162

10	Division	164
10.1	Teilen durch natürliche Zahlen	164
10.2	Teilen durch Brüche	168
11	Multiplizieren von Brüchen	169
11.1	Doppelgetriebe und Gleichungen	169
11.2	Ein Modell für die Gleichung $2 : 3 = \frac{2}{3}$ bzw. $\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$	171
11.3	Die Multiplikationsregel: „Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner“	174
11.4	Mathematik begegnet Realität – Multiplikationsregel sagt Vertauschbarkeit der Zahnräder voraus	182
11.5	Währungssysteme, Primzahlräder und ein Ausblick auf irrationale Zahlen	192
12	Negative Brüche	195
12.1	Minus mal Minus ergibt Plus	195
12.2	Materielles Abfragen: eine vertiefende Übung.	202
12.3	Direkte Verzahnung – ein Rätsel.	208
12.4	Tieferes Verständnis: das Vorzeichen von Zahlen und Operatoren	211
13	Addition von Brüchen	214
13.1	Bruchzahlen der Größe nach vergleichen	214
13.2	Teamtraining: pythagoreisches Komma	216
13.3	Addition von Brüchen	218
Teil III: Funktionen		225
14	Lineare Funktionen.	226
14.1	Maschinen	226
14.2	Bau einer Multiplikationsmaschine	230
14.3	Proportionale Maschinen	238
14.4	Allgemeine lineare Funktionen	240
14.5	Funktionswert und Ableitung – Höhe und Steigung	241
14.6	Umkehrfunktionen und Verkettung von Funktionen.	247
14.7	Proportionale und exponentielle Funktionen.	250
Literatur		253