


## 1.8 Zu diesem Band

Beschreibungen mathematischer Kompetenzen und Standards sind nur befriedigend, wenn sie inhaltsorientierte Komponenten (Kompetenzbereiche/Leitideen) und handlungsorientierte Komponenten (Kompetenzaspekte/allgemeine Kompetenzen) miteinander verbinden und – auch wenn sie als solche nur die Outputseite beschreiben – als Grundlage für didaktische und methodische Überlegungen zum Mathematikunterricht dienen können. Trotzdem ist es für die Mathematikdidaktik als Wissenschaft vom Lehren und Lernen von Mathematik sinnvoll, jede dieser drei Ebenen als thematischen Ausgangspunkt zu nehmen, zu analysieren und von dort aus Bezüge zu den anderen beiden Ebenen sichtbar zu machen. Der Band gliedert sich entsprechend in drei Teile: Im ersten Teil stehen die Kompetenzbereiche bzw. Leitideen, im zweiten Teil die Kompetenzaspekte bzw. allgemeinen Kompetenzen und im dritten Teil der Mathematikunterricht selbst im Mittelpunkt.

Der erste Teil hält sich eng an die Einteilung gemäß den fünf Leitideen/Kompetenzbereichen der Bildungsstandards in Deutschland und in der Schweiz. Im Beitrag von *Franziska Siebel* und *Gerald Wittmann* geht es um die beiden zentralen Aspekte im Umgang mit Zahlen und Variablen: das Zahlverständnis, Operationsverständnis und Variablenverständnis einerseits und das Beherrschen des Kalküls andererseits (Kapitel 2). *Timo Leuders* und *Bärbel Barzel* geben eine Einführung in das Konzept des Messens und in den Kompetenzaufbau in Bezug auf Größen und Maße (Kapitel 3). *Rolf Biehler* stellt die fundamentalen Ideen, die dem Kompetenzbereich Daten und Zufall zugrunde liegen, einmal aus der Sicht der Statistik, zum anderen aus der Sicht der Stochastik dar (Kapitel 4 und Kapitel 4a, letzteres ist im Downloadmaterial  4 zu finden). Der Kompetenzbereich Form und Raum ist der Ausgangspunkt des Kapitels von *Hans-Georg Weigand*, in welchem der Beitrag des Geometrieunterrichts zur Bildung und zum Aufbau allgemeiner mathematischer Kompetenzen sowie typisch geometrischer Kompetenzen (Konstruieren, räumliches Vorstellungsvermögen u. a.) aufgezeigt wird (Kapitel 5). Funktionale Zusammenhänge, der (formelle und informelle) Begriff der Funktion und das funktionale Denken stehen im Mittelpunkt des Beitrags von *Hans-Joachim Vollrath* (Kapitel 6).

Die Beiträge des zweiten Teils fokussieren einen oder mehrere Kompetenzaspekte respektive allgemeine mathematische Kompetenzen. Im Beitrag von *Susanne Prediger* und *Gerald Wittmann* geht es um den verständigen Umgang mit Begriffen (Kompetenzaspekt *Wissen, Erkennen und Beschreiben*) und Operationen (Kompetenzaspekt *Operieren und Berechnen*) (Kapitel 7). *Regina Bruder* setzt den Kompetenzaspekt des *Erforschens und Explorierens* in Beziehung zum Problemlösen mit Mathematik und stellt die Fähigkeit und Bereitschaft, mathematisch kreativ zu sein, als deren gemeinsames Merkmal heraus (Kapitel 8). Die Kompetenz, mathematische Mittel so einzusetzen, dass eine realitätsbezogene Problemstellung verstanden, strukturiert und einer Lösung zuge-



führt werden kann (Kompetenzaspekt *Mathematisieren und Modellieren*), steht im Mittelpunkt des Beitrags von *Lars Holzäpfel* und *Dominik Leiss* (Kapitel 9). Sprachkompetenz ist Voraussetzung und/oder Bestandteil vieler mathematischer Kompetenzen – dies ist vor allem bei den drei Kompetenzaspekten *Darstellen und Kommunizieren, Argumentieren und Begründen* sowie *Interpretieren und Reflektieren von Resultaten* augenfällig, worauf der Beitrag von *Helmut Linneweber-Lammerskitten* eingeht (Kapitel 10).

Im dritten Teil des Buches geht es um verschiedene Facetten des Mathematikunterrichts, die unter dem Gesichtspunkt der Kompetenzorientierung neu und nicht zuletzt auch kritisch überdacht werden sollten. Kompetenz im Sinne der Definition von Weinert (siehe oben) umfasst neben kognitiven auch motivationale, volitionale und soziale Momente. Mathematische Bildung geht indessen über eine so verstandene mathematische Kompetenz noch hinaus, indem sie die Beschäftigung mit Mathematik nicht nur als zweckmäßiges Mittel zur Problemlösung, sondern auch als Zweck an sich selbst, als Ausdruck von Kultur und als freies Spiel versteht. Der Beitrag *Freude an Mathematik* von *Stephan Berendonk* und *Rainer Kaenders* macht dies exemplarisch in Form eines fiktiven Dialogs über ein mathematisches Werkzeug (Spirograph) deutlich (Kapitel 11). Auch ein kompetenzorientierter Mathematikunterricht muss wie jeder andere Fachunterricht geplant, durchgeführt und reflektiert werden – der Beitrag von *Johann Sjuts* stellt allgemeine und für den Mathematikunterricht spezifische Anforderungen zusammen (Kapitel 12). Der Aufbau mathematischer Kompetenz erfordert neben einem echten Verstehen auch Sicherung und Übung. Wie dies mit entdeckendem Lernen zu verbinden ist, zeigt der Beitrag von *Timo Leuders* (Kapitel 13). Grundlage für das Verstehen mathematischer Konzepte und Zusammenhänge ist der Aufbau angemessener Vorstellungen. Mathematische Vorstellungsübungen, die den Gegenstand des Beitrags von *Christof Weber* bilden, sollen dazu dienen, entsprechende Vorstellungen zu entwickeln und auszubauen (Kapitel 14). Charakteristisch für einen prozessorientierten Mathematikunterricht ist der Gebrauch von Hilfsmitteln: Zirkel und Lineal, Taschenrechner, Formelsammlungen, Computer usw., aber auch der Gebrauch „kognitiver Werkzeuge“ wie die Darstellung der Zahlen im Dezimalsystem, Algorithmen usw. *Reinhard Hölzl* und *Maurus Küttel* zeigen in ihrem Beitrag, dass der Gebrauch mathematischer Werkzeuge unsere geistigen Tätigkeiten nicht nur *verstärkt*, sondern auch *reorganisiert* – was unter Umständen weitreichende strukturelle Veränderungen dieser Tätigkeiten bewirkt (Kapitel 15). Dass Mathematikunterricht nicht nur auf der Ebene professioneller Unterrichtspraxis geplant, reflektiert, evaluiert, revidiert, entwickelt und verbessert werden kann, sondern auch ein Gegenstand mathematikdidaktischer Forschung ist und welche Ansatzpunkte für Forschungsfragen sich im Bereich des Lehrens und Lernens von Mathematik ergeben, skizziert der Beitrag von *Hans-Joachim Vollrath* (Kapitel 16).

Allen Autorinnen und Autoren möchte ich herzlich für ihre Bereitschaft und die kollegiale Zusammenarbeit danken, meinem Team – insbesondere Selina

Pfenniger und Boris Girnat – für Anregungen und die Unterstützung bei den Korrekturen, den Herausgeberinnen und Herausgebern für die Aufnahme des Bandes in die Reihe „Lehren Lernen“ und Frau Dr. Gabriela Holzmann und Frau Inka Klenke-Paul vom Friedrich Verlag für die kompetente und kooperative Betreuung.

A

1. Färben Sie in der HarmoS-Matrix der Jahrgangsstufe 11 (siehe dazu das Download-Material  1 zu diesem Band) diejenigen Felder grün, zu denen Ihr Mathematikunterricht nach Ihrer Einschätzung viel beiträgt. Welche der noch verbleibenden Felder finden Sie besonders wichtig? Wählen Sie eins dieser Felder aus und formulieren Sie dazu eine Lernaufgabe für Ihre Schülerinnen und Schüler.
2. Im PISA 2003 Assessment Framework (siehe dazu Download-Material  2) werden die „Eight characteristic mathematical competencies“ beschrieben (S. 40–41). Suchen Sie zu jeder Kategorie drei typische Verben in deutscher Sprache, mit denen man die Kompetenz verdeutlichen könnte.

### Literatur

- Behrens, Matthis (Hrsg.) (2006): Analyse de la littérature critique sur le développement, l'usage et l'implémentation de standards dans un système éducatif: réalisé dans le cadre du projet Harmos de la CDIP. Neuchâtel: IRDP. (Document de travail 06.1001).
- Berner, Esther/Stolz, Stefanie (2006): Literaturanalyse zu Entwicklung, Anwendung und insbesondere Implementation von Standards in Schulsystemen: Nordamerika. Im Auftrag der Schweizerischen Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren EDK. [http://www.edu-doc.ch/static/web/arbeiten/harmos/lit\\_analyse\\_3.pdf](http://www.edu-doc.ch/static/web/arbeiten/harmos/lit_analyse_3.pdf). (18. März 2013).
- Blum, Werner/Drüke-Noe, Christine/Hartung, Ralph/Köller, Olaf (Hrsg.) (2006): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin.
- DeSeCo (2002): Theoretical and Conceptual Foundations. Strategy Paper, DEELSA/ED/CERI/CD(2002)9. In: <http://www.deseco.admin.ch/bfs/deseco/en/index/02.parsys.34116.downloadList.87902.DownloadFile.tmp/oecddesecostrategypaperdeelsaedcericd20029.pdf>. (18. März 2013).
- DeSeCo (2005): Definition und Auswahl von Schlüsselkompetenzen. Zusammenfassung. In: <http://www.deseco.admin.ch/bfs/deseco/en/index/03/04.parsys.97111.downloadList.89603.DownloadFile.tmp/2005.dskcexecutivesummary.ge.pdf>. (18. März 2013).
- Herzog, Walter (2008): Unterwegs zur 08/15-Schule? Wider die Instrumentalisierung der Erziehungswissenschaft durch die Bildungspolitik. Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften 30(1) Fribourg. S. 13–31.
- Heymann, Hans Werner (Hrsg.) (1997): Allgemeinbildung und Fachunterricht. Hamburg.
- Huber, Chr./Späni, M./Schmellentin, C./Criblez, Lucien (2006): Bildungsstandards in Deutschland, Österreich, England, Australien, Neuseeland und Südostasien. Literaturbericht zu Entwicklung, Implementation und Gebrauch von Standards in nationalen Schulsystemen. In: [http://edudoc.ch/record/87026/files/lit\\_analyse\\_1.pdf](http://edudoc.ch/record/87026/files/lit_analyse_1.pdf). (13. März 2013).
- Klieme, Eckhard u.a. (2003): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise. In: [http://www.bmbf.de/pub/zur\\_entwicklung\\_nationaler\\_bildungsstandards.pdf](http://www.bmbf.de/pub/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf). (18. März 2013).