

# Inhaltsverzeichnis

Geleitwort . . . . .	11
Vorwort . . . . .	13
<b>Teil VI: Analysis . . . . .</b>	<b>17</b>
<b>19 Einführung in Koordinatensysteme und Funktionen . . . . .</b>	<b>18</b>
19.1 Adressierung des Raumes: Erste Schritte im Koordinatensystem . . . . .	18
19.2 Schiffe versenken und Koordinaten . . . . .	27
19.3 Verschiedene Koordinatensysteme im Raum . . . . .	28
19.4 Die Funktion als „Black Box“ . . . . .	28
19.5 Funktionsvorschriften erraten . . . . .	31
<b>20 Bewegungsabläufe aufzeichnen . . . . .</b>	<b>33</b>
20.1 Mathematik beginnt mit dem Lesen einer Uhr . . . . .	33
20.2 Wachstum von Kresse . . . . .	34
20.3 Der Weg einer Ameise oder Zeit-Weg-Diagramme . . . . .	42
20.4 Bewegungsabläufe mit Figurentheater . . . . .	46
20.5 Nachstellen von $t$ - $s$ -Diagrammen . . . . .	48
20.6 Emotionale Erweiterung: eine Liebesgeschichte und ein Überholvorgang . . . . .	51
20.7 Lineare Zuordnungen – Funktionen im Glas . . . . .	54
20.8 Weitere Funktionen im Glas . . . . .	55
<b>21 Schaubilder handelnd verstehen . . . . .</b>	<b>60</b>
21.1 Schaubilder als Standbilder . . . . .	60
21.2 Lineare Funktionen und materielles Abfragen . . . . .	65
21.3 Schüler als Punkte im Schaubild . . . . .	67
21.4 Teamtraining mit Schaubildern . . . . .	70
21.5 Schaubilder in $x$ -Richtung verschieben . . . . .	80
21.6 Verkettung von Funktionen – Funktionen umarmen sich . . . . .	82
21.7 Sind Verkettungen vertauschbar? . . . . .	82
21.8 Umkehrfunktionen und Logarithmus . . . . .	84
21.9 Eine verbal-nonverbale Abfragetechnik am Beispiel des Logarithmus . . . . .	88
21.10 Das Schaubild der Umkehrfunktion . . . . .	90
21.11 Mehrdimensionale Funktionen . . . . .	94

<b>22</b>	<b>Differentialrechnung</b>	101
22.1	Steigung einer Treppe	101
22.2	Infinitesimalrechnung und der Grenzwert als Zaun	104
22.3	Figurentheater an der Tafel	106
22.4	Kurvendiskussion mit dem Spielzeugauto: die Ableitung als Geschwindigkeit	109
22.5	Abgefahrte Kurvendiskussion	113
22.6	Die zweite Ableitung: ein Aufziehauto	118
22.7	Ein reales Extremwertproblem: Wer bekommt am meisten Popcorn?	120
22.8	Weitere extremale Körper	123
22.9	Komplexe und offene Fragestellungen	124
22.10	Lernen in Stationen – sieben Extremwertaufgaben	126
<b>23</b>	<b>Exponentialfunktionen und Wachstum</b>	129
23.1	Potenzen schmecken	130
23.2	Zufall, radioaktiver und exponentieller Zerfall	136
23.3	Experimente filmen	144
23.4	Eine Tasse Tee und das beschränkte Wachstum	147
23.5	Logistisches Wachstum	150
<b>24</b>	<b>Projektion einer Drehung: Sinus- und Kosinusfunktion</b>	153
24.1	Die Idee der Projektion	154
24.2	Informationsverlust durch Projektion	156
24.3	Jeder sieht, was er sehen will: Daumenkino einer Drehbewegung	159
24.4	Der Bleistift wird zum Zeiger	165
24.5	Materielle Konstruktion der Sinus- bzw. Kosinusfunktion	167
24.6	Exkurs für höhere Klassen: die Gleichungen $\cos(-x) = \cos(x)$ und $\sin(-x) = -\sin(x)$	173
24.7	Die Sinusfunktion in Kürze	178
24.8	Die Sinusfunktion mit dem Fahrrad	181
24.9	Trigonometrie mit dem Bleistift	185
24.10	Überlagerung von Sinusschwingungen	190
24.11	Die Ableitung der Sinusfunktion	192
24.12	Ästhetik einer Formel	196

<b>Teil VII: Zufall und Wahrscheinlichkeit</b> . . . . .	201
<b>25 Wahrscheinlichkeit</b> . . . . .	202
25.1 Ungerechtigkeit mit Gummibärchen oder das Spiel „Catan“ . . . . .	203
25.2 „Gesetz“ der großen Zahlen . . . . .	207
25.3 Gesetz der großen Zahlen oder das Knacken geheimer Botschaften . . . . .	208
25.4 Asymmetrische Verschlüsselungsverfahren . . . . .	216
25.5 Lotto im Klassenraum . . . . .	222
25.6 Gleiche Mathematik, anderes Erscheinungsbild: „4 aus 6“ . . . . .	233
25.7 Lotto in Kürze . . . . .	234
25.8 Ziehen mit Zurücklegen: Bingo . . . . .	236
25.9 Ziehen ohne Zurücklegen: Kombinatorik mit Münzen und Stühlen . . . . .	237
25.10 Überblick über Kombinatorik . . . . .	243
25.11 Das Klassenzimmer als Spielcasino . . . . .	243
25.12 Gegenereignis oder die Häufigkeit von Geburtstagen . . . . .	253
25.13 Additionssatz . . . . .	257
25.14 De Morgan'sche Gesetze . . . . .	260
25.15 Bedingte Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeit und Stichproben . . . . .	261
25.16 Hilft es, Münzen am Automaten zu reiben? . . . . .	264
25.17 Vom Pascalschen Dreieck zur Binominalverteilung . . . . .	266
25.18 Erwartungswerte . . . . .	274
<b>Teil VIII: Abenteuer kennen keine Grenzen</b> . . . . .	285
<b>26 Schulmathematik am Rande des Bildungsplanes</b> . . . . .	286
26.1 Was ist ein mathematischer Satz? . . . . .	286
26.2 Das Beweisprinzip der vollständigen Induktion . . . . .	288
26.3 Beispiele zur vollständigen Induktion . . . . .	291
26.4 Das Mönchproblem oder die Suche nach einem Kommu- nikationssystem als Algorithmus . . . . .	299
26.5 Ein Irrgarten für Blinde: lokale und globale Sichtweisen . . . . .	304
26.6 24 Stunden Mathematik . . . . .	311
26.7 Ein Psychotest: Bin ich mathematisch? . . . . .	313
26.8 Mathematik. Wozu überhaupt? . . . . .	315
<b>Nachwort für Abenteurer</b> . . . . .	321
<b>Literatur</b> . . . . .	322
<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .	323