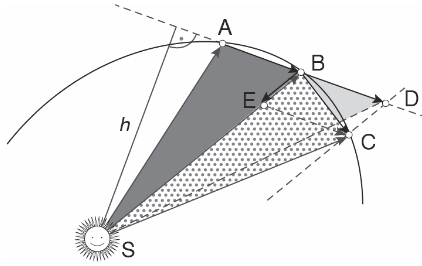
Beweis: Herleitung des zweiten keplerschen Gesetzes

Voraussetzung
Die Sonne befindet sich in Punkt S, der Planet bewegt sich in einem Zeitintervall Δt_1 von A nach B (s. nebenstehende **Zeichnung**).



Behauptung
Die Verbindungslinie von der Sonne zum Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Nr.	Behauptung	Begründung
J	In dem kleinen Zeitintervall Δt_1 überstreicht die Verbindungslinie von der Sonne zum Planeten angenähert das Dreieck SBA.	Siehe **Zeichnung**; der kleine Überstand der Planetenbahn gegenüber dem Dreieck SBA kann bei einem kleinen Zeitintervall Δt_1 vernachlässigt werden.
U	Würde von der Sonne keine Anziehungskraft ausgehen, so würde sich der Planet im folgenden, gleichlangen Zeitintervall Δt_2 geradlinig gleichförmig zu Punkt D weiter bewegen. $\lvert AB\rvert = \lvert BD\rvert$.	Dies folgt aus dem ersten newtonschen Gesetz, da auf den Planeten in diesem Fall keine Kraft wirken würde.
P	Würde sich der Planet im Punkt B plötzlich in Ruhe befinden, so würde er infolge der Gravitationskraft der Sonne gleichmäßig auf diese zu beschleunigt werden und nach dem Zeitintervall Δt_2 zu einen Punkt E längs der Verbindungslinie SB gelangen.	Dies folgt aus dem zweiten newtonschen Gesetz, da auf den Planeten in diesem Fall nur die Gravitationskraft wirken würde.
I	Vom Punkt B aus würde sich der Planet im kräftefreien Fall in der bisherigen Bewegungsrichtung weiterbewegen. Da er aber der Gravitationskraft der Sonne unterliegt, vollführt er auch eine beschleunigte Bewegung auf diese zu. Insgesamt ergibt sich eine Überlagerung dieser beiden Bewegungen, so dass der Planet nach dem gleichlangen Zeitintervall Δt_2 zu Punkt C gelangt. Speziell gilt: $\lvert BD\rvert = \lvert EC\rvert$.	Die Überlagerung von Bewegungen erfolgt analog zu den Wurfgesetzen. BD und EC sind hier gegenüberliegende Seiten eines Parallelogramms.
T	Die Dreiecke SBA und SDB sind flächengleich.	Dies folgt aus den Eigenschaften der Flächenformel für Dreiecke: Nach *Beweiszeile U* besitzen beide Dreiecke mit AB bzw. BD Basen gleicher Länge und nach Voraussetzung dieselbe Höhe.
E	Die Dreiecke SDB und SCB sind flächengleich.	Dies folgt aus den Eigenschaften der Dreiecksscherung: Nach Voraussetzung besitzen beide Dreiecke dieselbe Basis SB und ihre Scheitelpunkte liegen wegen *Beweiszeile I* auf einer Parallele zu dieser Basis.
R	Die Dreiecke SBA und SCB sind flächengleich und damit in guter Näherung auch die in den gleichlangen Zeitintervallen Δt_1 und Δt_2 von der Verbindungslinie von Sonne und Planet überstrichenen Flächen.	Dies folgt mit der Transitivität der Flächengleichheit aus den *Beweiszeilen T und E*. Bezüglich der Näherung gilt auch hier die Begründung aus *Beweiszeile J*. **q.e.d.**